Internal Forces of Beams

القوى الداخلية للكمرات

نسألكم الدعاء

Table of Contents

* Introduction ---------- Page 2
* Internal forces الـ اشارات ---------- Page 4
* حساب الـ Internal forces عند أى نقطة ------ Page 8
* Example ---------- Page 9
* Drawing Internal forces diagrams --- Page 15
* Examples ---------- Page 20
* Distributed Loads (Uniform) ------- Page 35
* Examples ---------- Page 44
* Distributed Loads (Non-uniform) --- Page 56
* Examples ---------- Page 62

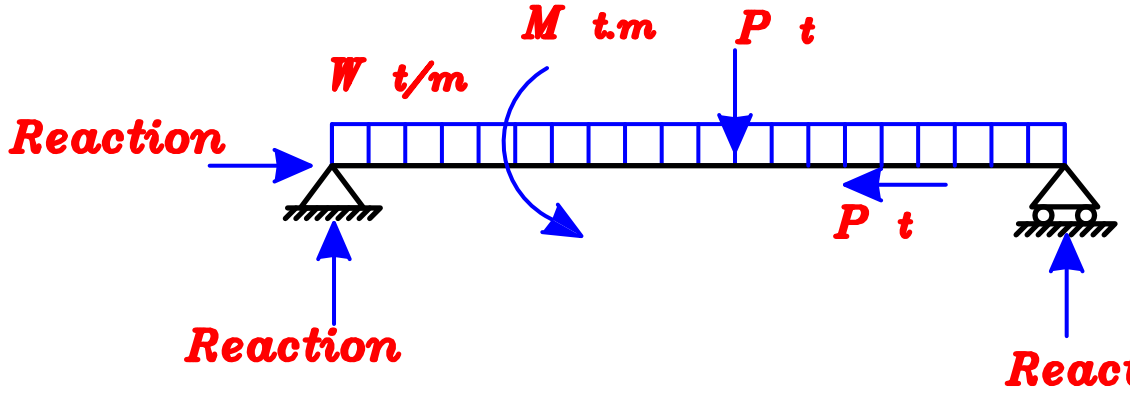
© Copyright Eng.Akram Moustafa2013. All copyrights reserved.
Downloading or printing of these notes is allowed for personal use only.
Commercial use of these notes is not allowed. (www.yasserelleathy.com)

Introdution

القوى التى تؤثر على أى منشأ تنقسم الى نوعين

1-External forces قوى خارجية

و هى القوى التى تؤثر من الخارج على المنشأ و هذه هى التى تم دراستها حتى الان مثل الـ *Loads (Concentrated,distributed,moment)* والـ *Reactions* .



فمثلا كل القوى المؤثرة على هذه الكمرة هى قوى خارجية بما فيها الـ *Reactions* الناتجة .

2-Internal forces قوى داخلية

وهى التى تتولد داخليا فى الكمرة نتيجة القوى المؤثرة عليها

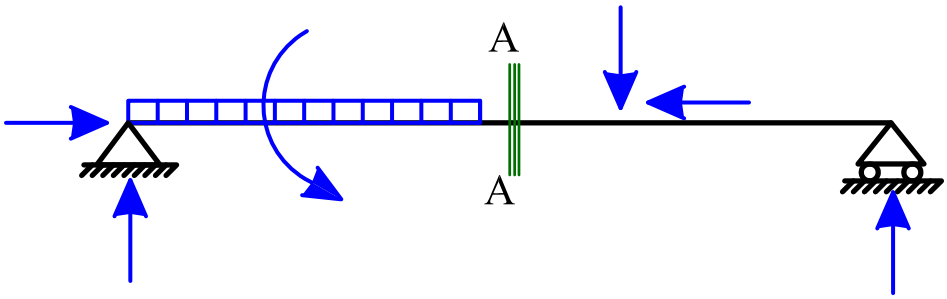
و هى التى تستخدم فى التصميم أى معرفة أبعاد الكمرة

و هذه القوى لا نحصل عليها الا عند قطع الكمرة عند نقطة معينة و الحساب عندها.

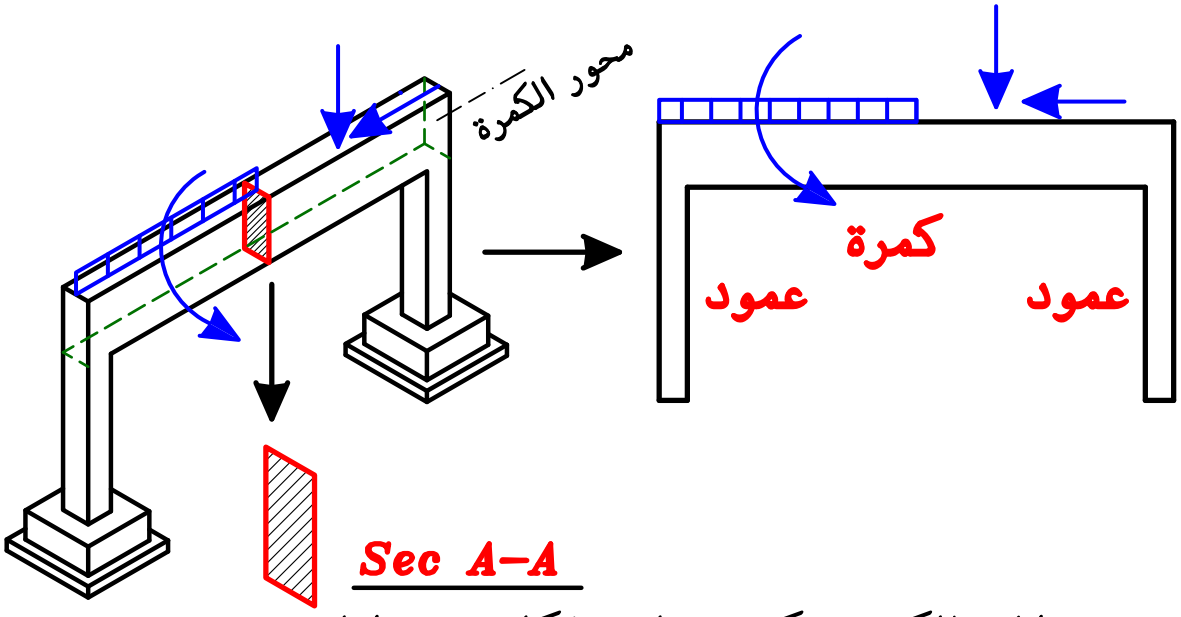
و الـ *Internal forces* هى التى سوف نقوم بدراستها هنا

© Copyright Eng.Akram Moustafa2013. All copyrights reserved.
Downloading or printing of these notes is allowed for personal use only.
Commercial use of these notes is not allowed. (www.yasserelleathy.com)

فمثلا اذا كان لدينا كمرة كالاتى

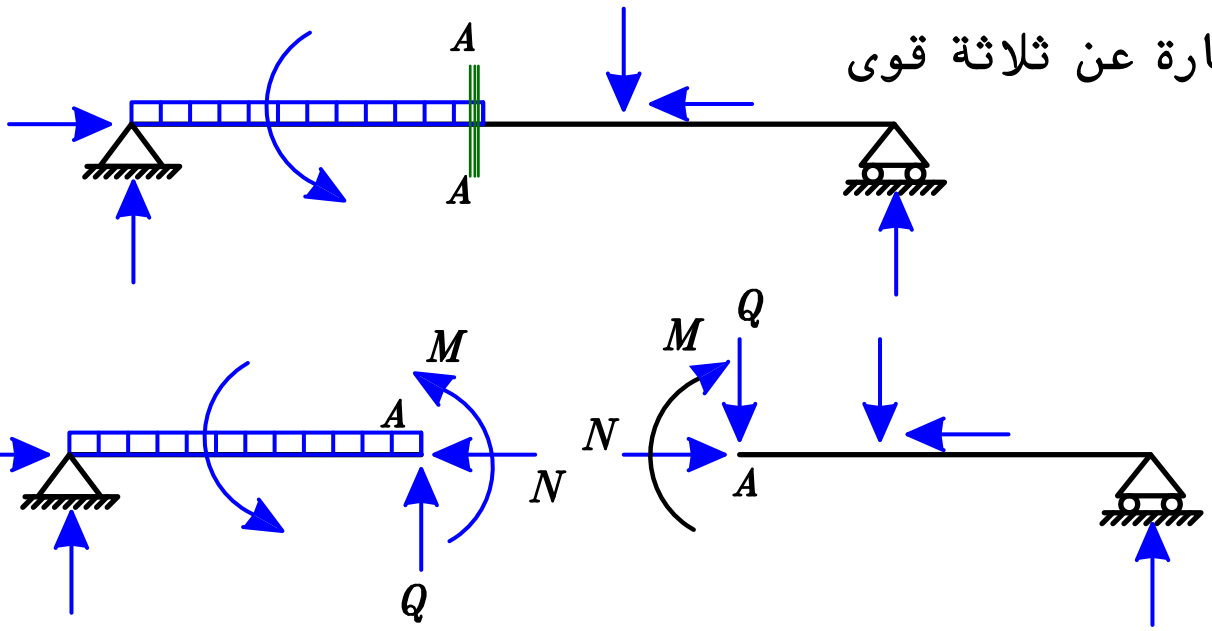


و شكل الكمرة فى الحقيقة يكون كالاتى



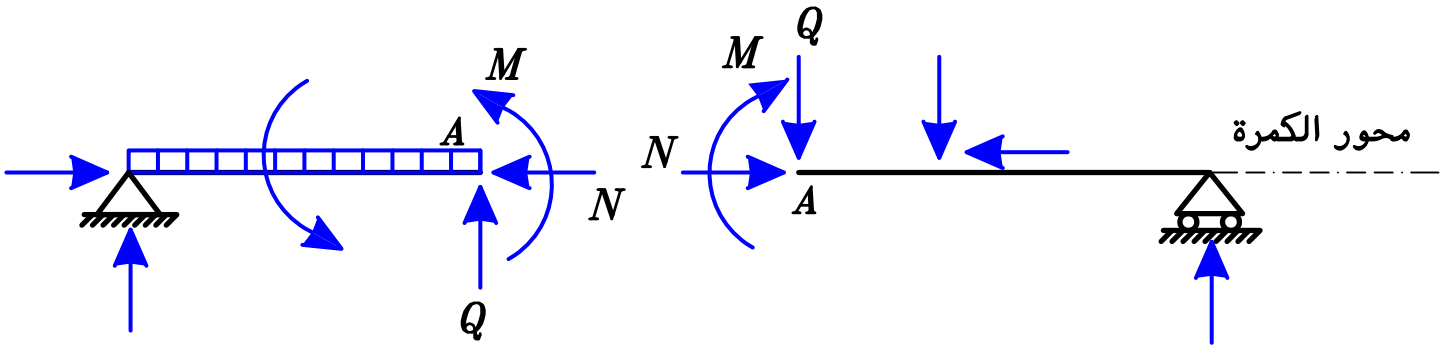
قطاع الكمرة يكون على شكل مستطيل

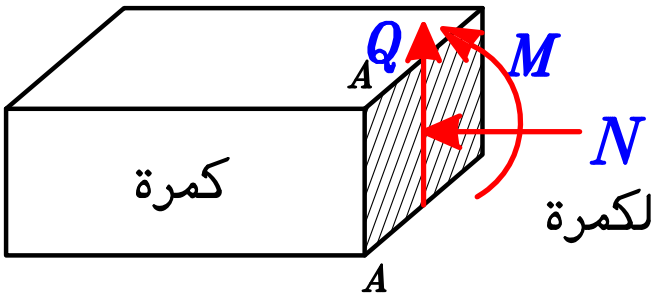
و اذا قمنا بقطع الكمرة عند *Sec A–A* تظهر القوى الداخلية و هى عبارة عن ثلاثة قوى



و تظهر القوى فى جانبى الفصل

© Copyright Eng.Akram Moustafa2013. All copyrights reserved.
Downloading or printing of these notes is allowed for personal use only.
Commercial use of these notes is not allowed. (www.yasserelleathy.com)





١- قوى فى اتجاه محورالكمرة

Normal Force (N)

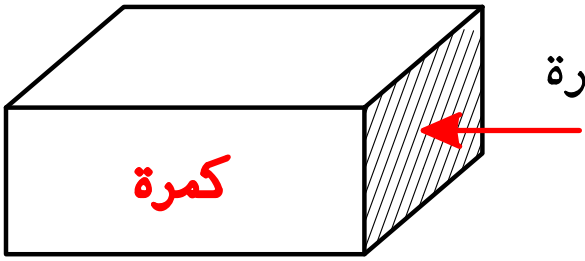
٢- قوى فى اتجاهعمودى على محورالكمرة

Shear Force (Q)

٣- عزوم على القطاع *Bending moment (M)*

اشارات الـ *Internal forces*

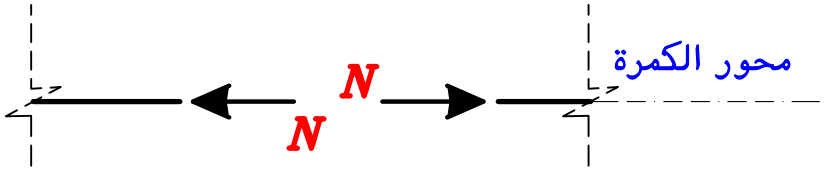
١- الـ *Normal force*

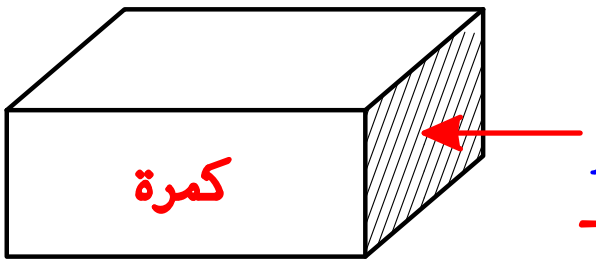


هى القوى التى فى اتجاه محور الكمرة

* اذا كانت القوة داخلة على القطاع معناها انها تضغط القطاع

و تسمى قوى ضغط و تأخذ اشارة سالبة (-)

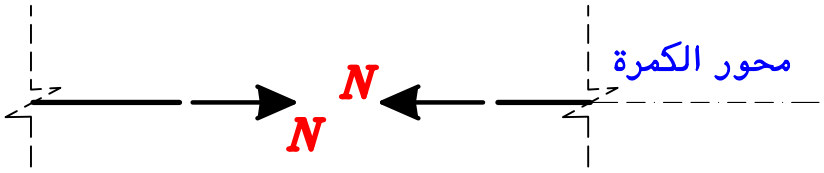


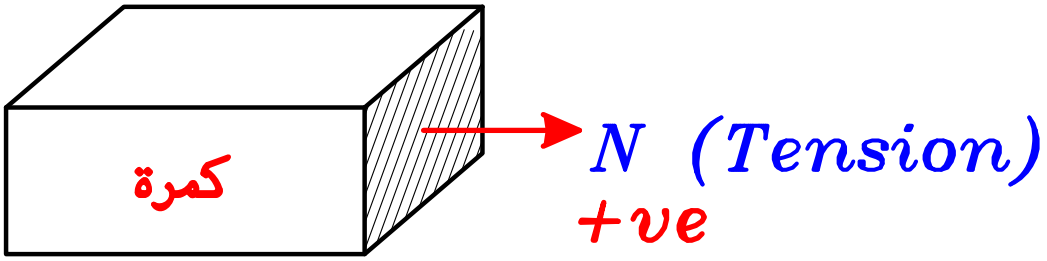


© Copyright Eng.Akram Moustafa2013. All copyrights reserved.
Downloading or printing of these notes is allowed for personal use only.
Commercial use of these notes is not allowed. (www.yasserelleathy.com)

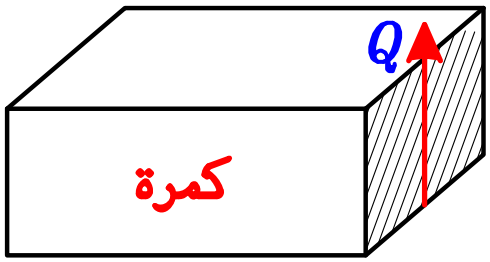
* اذا كانت القوة خارجة من القطاع معناها انها تشد القطاع

و تسمى قوى شد و تأخذ اشارة موجبة (+)



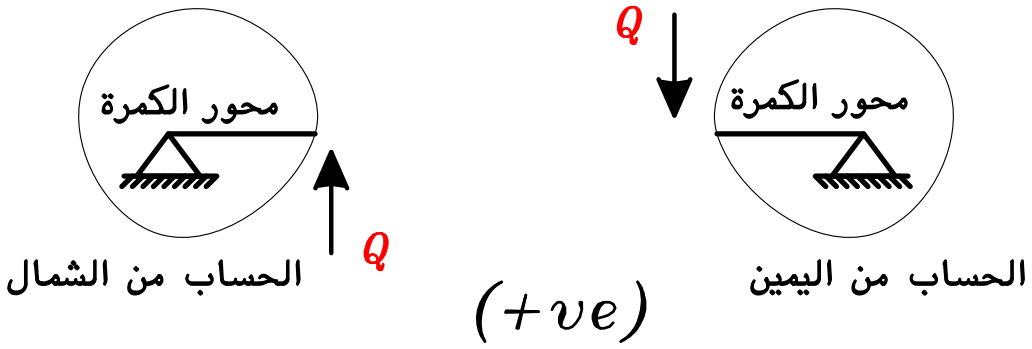


٢- ال Shear force

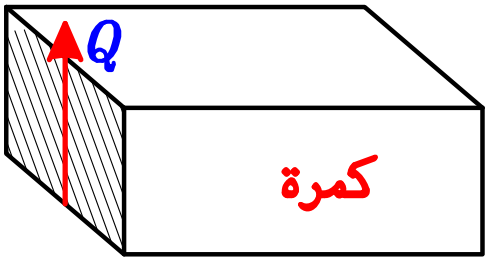


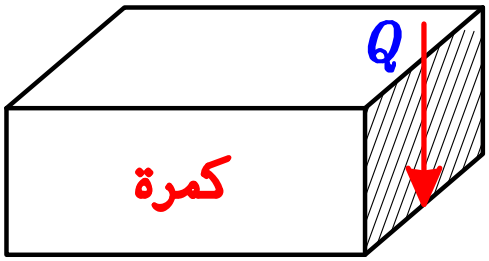
هى القوى العمودية على اتجاه محور الكمرة

اذا كانت ال Shear force يتم حسابها من ناحية الشمال و كان اتجاهها لاعلى او كان الحساب من ناحية اليمين و كان اتجاهها لاسفل تكون موجبة و العكس صحيح

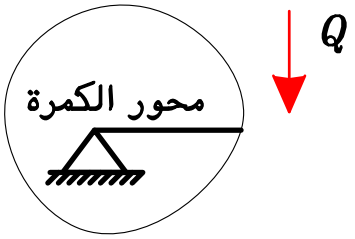


© Copyright Eng.Akram Moustafa2013. All copyrights reserved.
Downloading or printing of these notes is allowed for personal use only.
Commercial use of these notes is not allowed. (www.yasserelleathy.com)





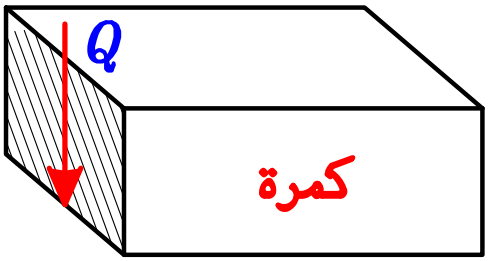
شمال و طالع أو يمين و نازل (+ve)

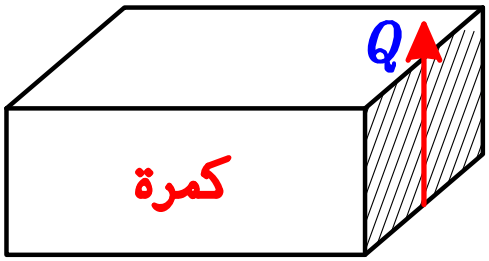


الحساب من الشمال

الحساب من اليمين

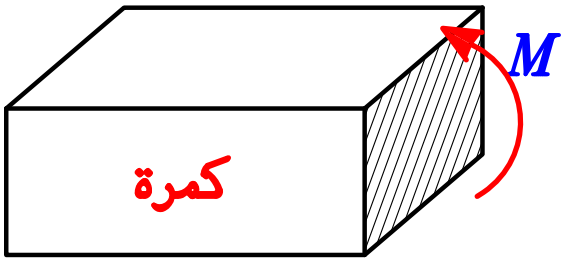
(−ve)





٣- ال Bending moment

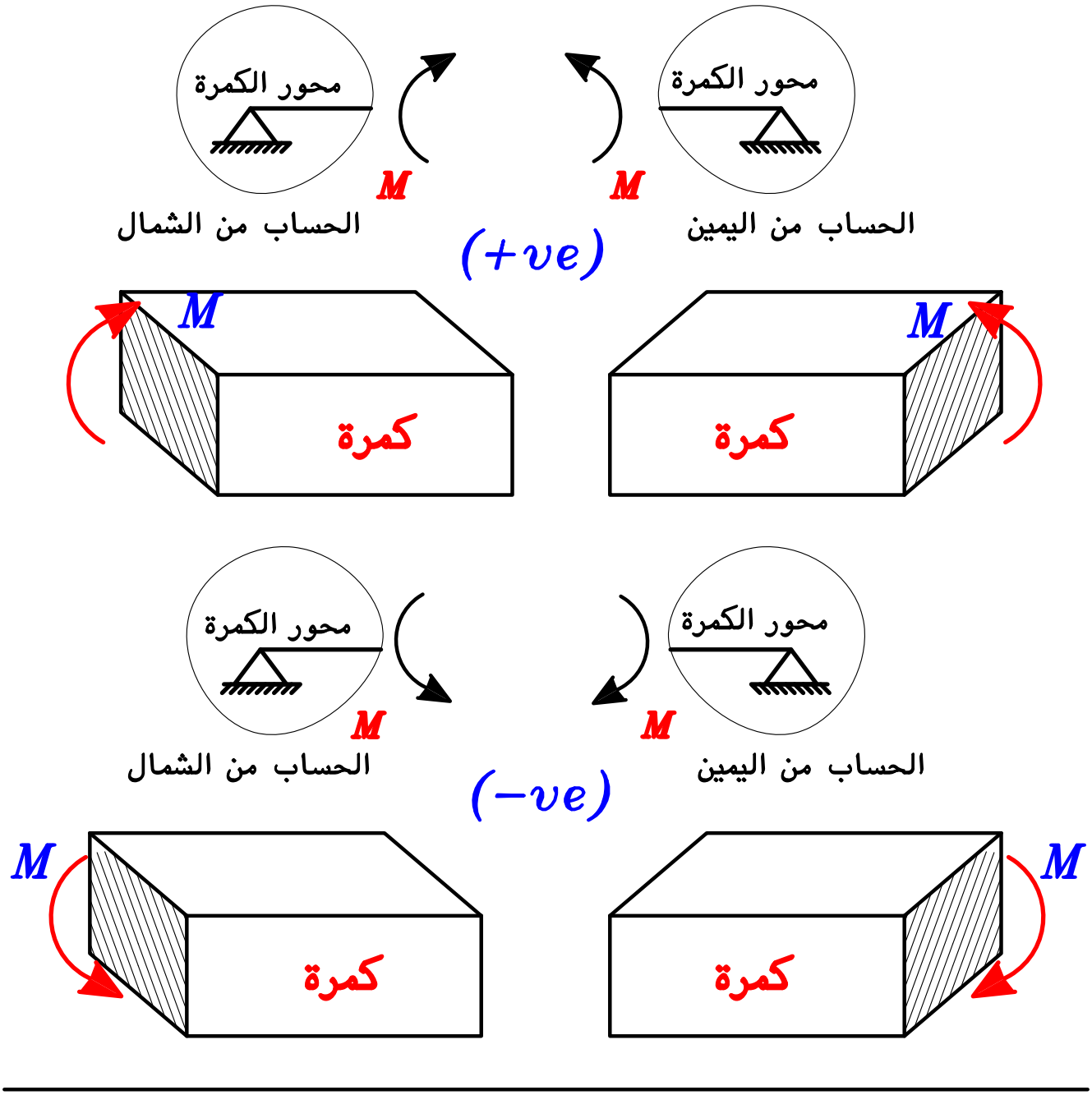
هو عبارة عن عزوم الانحناء



* عند حساب العزوم عند اى قطاع من اى ناحية و كان زيل السهم لاسفل يتم رسم العزوم لاسفل و تكون الاشارة موجبة

* عند حساب العزوم عند اى قطاع من اى ناحية و كان زيل السهم لاعلى يتم رسم العزوم لاعلى و تكون الاشارة سالبة

© Copyright Eng.Akram Moustafa2013. All copyrights reserved.
Downloading or printing of these notes is allowed for personal use only.
Commercial use of these notes is not allowed. (www.yasserelleathy.com)



© Copyright Eng.Akram Moustafa2013. All copyrights reserved.
Downloading or printing of these notes is allowed for personal use only.
Commercial use of these notes is not allowed. (www.yasserelleathy.com)

حساب الـ *Internal forces* عند أى نقطة

١- نحدد الناحية التى نريد الحساب منها اليمين أو الشمال (ممكن أى ناحية منهما)

٢- نحسب الـ *Normal force* وذلك مع الاشارات (اذا كانت القوة ضغط تكون سالبة و اذا كانت شد تكون موجبة)

٣- نحسب الـ *Shear force* وذلك مع الاشارات (شمال وطالع أو يمين ونازل موجب و العكس)

٤- نحسب الـ*Bending moment* وذلك مع الاشارات (ذيل السهم لاسفل موجب سواء من اليمين أو اليسار و العكس سالب)

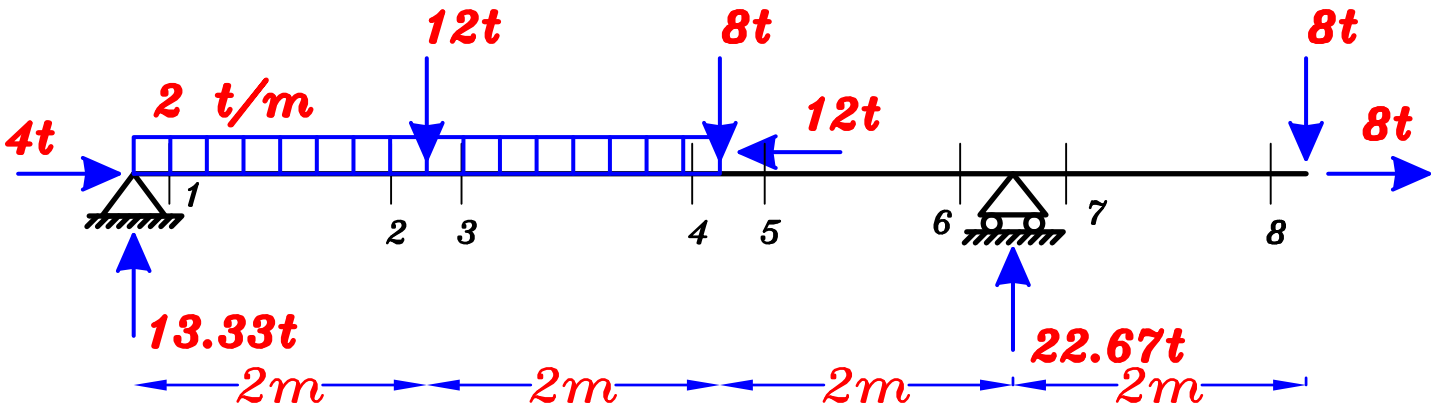
خد بالك غلطة مشهورة جدا جدا

لابد عند حساب الـ *Bending moment* من أى ناحية من الناحيتين أن يكون بطن السهم من الناحية التى نحسب منها و سوف نوضحها فى المثال التالى

© Copyright Eng.Akram Moustafa2013. All copyrights reserved.
Downloading or printing of these notes is allowed for personal use only.
Commercial use of these notes is not allowed. (www.yasserelleathy.com)

Example :

For the shown beam Calculate the internal forces (Normal,Shear,Moment) at the indicated sections.



Sec 1 :

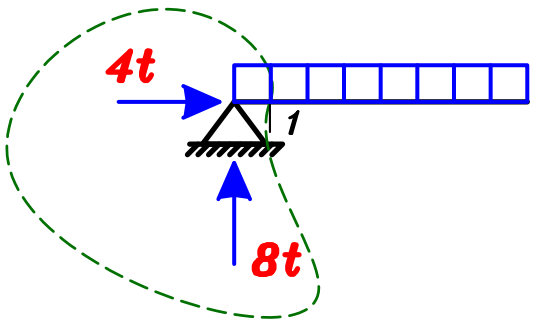
١- نحدد الناحية التى نريد الحساب منها اليمين أو الشمال

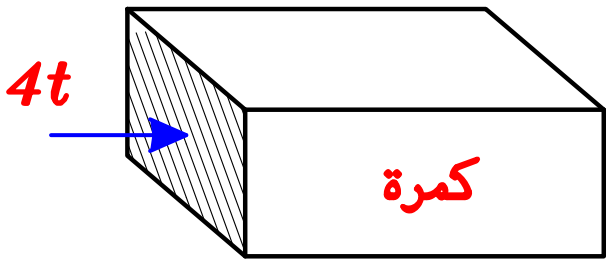
(ممكن أى ناحية منهما)

سنقوم بالحساب من الناحيتين للتأكد من أنهما يعطيان نفس الاجابة

ناحية اليمين

٢- نحسب الـ *Normal force* وذلك مع الاشارات (اذا كانت القوة ضغط تكون سالبة و اذا كانت شد تكون موجبة)



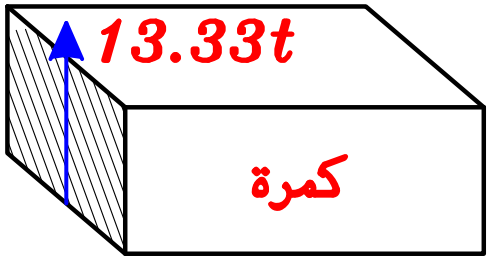


$N = -4t$ (Comp.)

© Copyright Eng.Akram Moustafa2013. All copyrights reserved.
Downloading or printing of these notes is allowed for personal use only.
Commercial use of these notes is not allowed. (www.yasserelleathy.com)

٣- نحسب الـ *Shear force* وذلك مع الاشارات (شمال وطالع

أو يمين ونازل موجب و العكس)

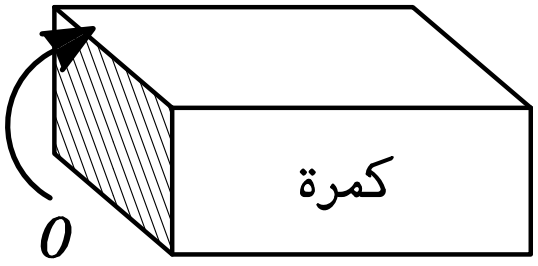


$Q = + 13.33t \uparrow$

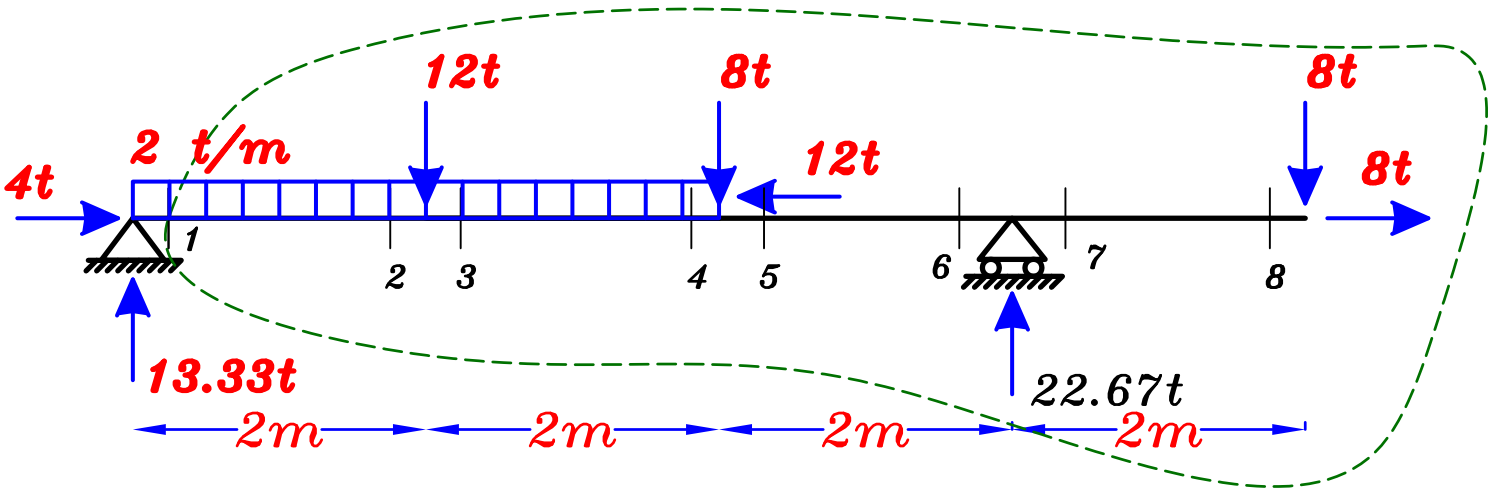
لم يدخل الـ *Distributed load* لان الـ *Sec* بجانب الـ *Support* تماما

٤- نحسب الـ *Bending moment* وذلك مع الاشارات (ذيل السهم لاسفل موجب سواء من اليمين أو اليسار و العكس سالب)

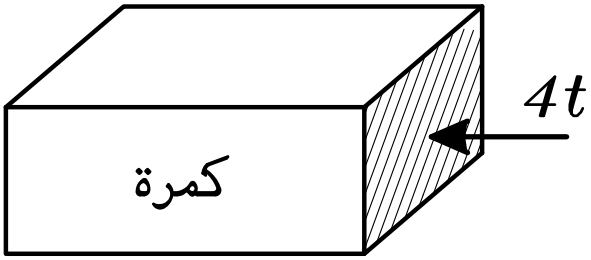
$M = 0$



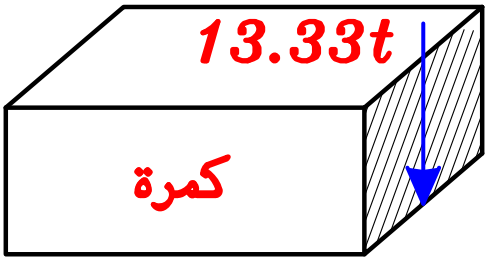
ناحية الشمال



© Copyright Eng.Akram Moustafa2013. All copyrights reserved.
Downloading or printing of these notes is allowed for personal use only.
Commercial use of these notes is not allowed. (www.yasserelleathy.com)



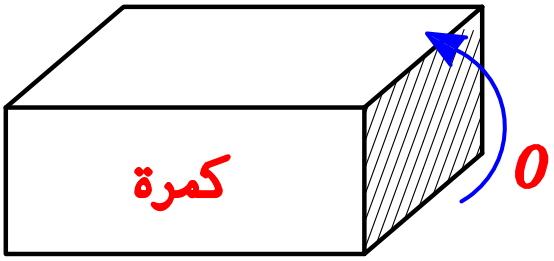
$$N = 8 - 12 = -4t \ (Comp.)$$



$$Q = 8 - 22.67 + 8 + 12$$

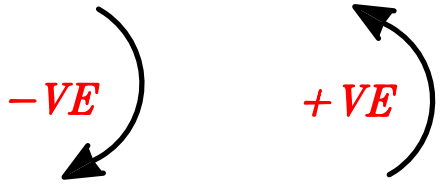
Dist. load

$$+ (2x4) = + 13.33\ t$$



سنقوم بحساب الـ *Moment* من اليمين

لذلك دائما بطن السهم يمين



$$M = -8 \times 8 - 8 \times 4$$

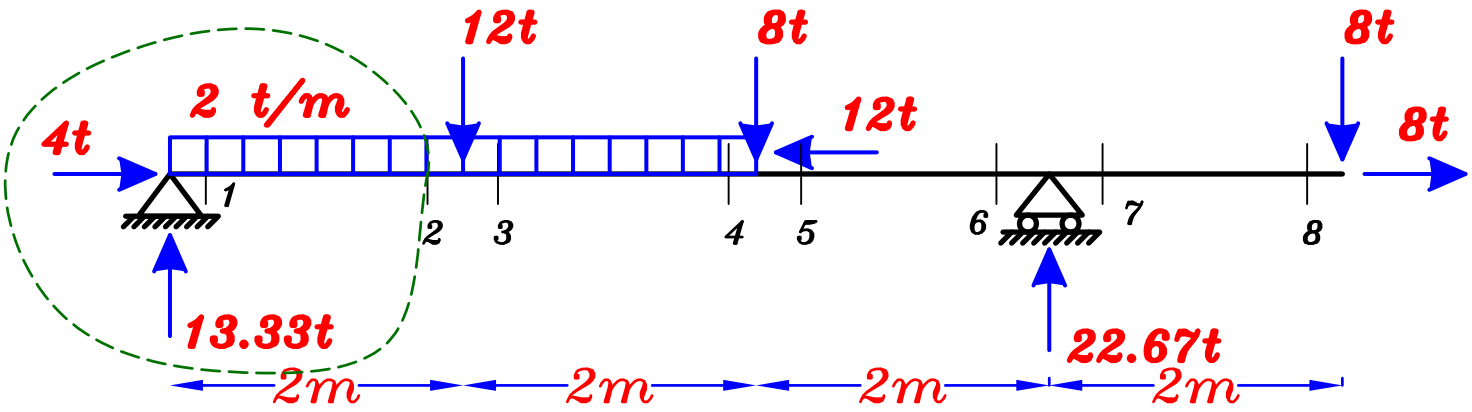
$$- 12 \times 2 - (2x4) \times 2$$

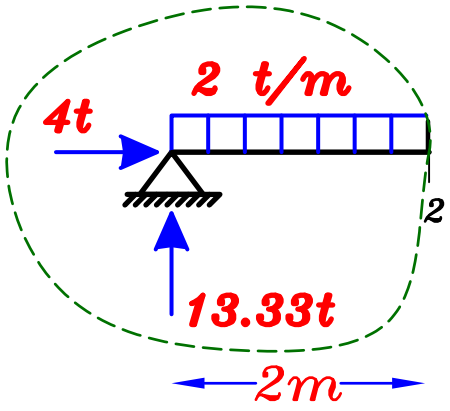
$$+ 22.67 \times 6 = 0$$

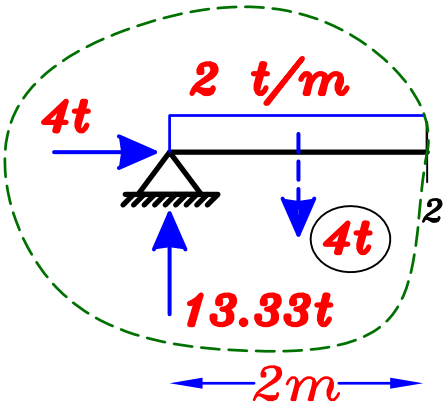
عند الحساب بعد ذلك نقوم بالحساب من ناحية واحدة و ذلك للتسهيل و نقوم بالحساب من الناحية الاسهل طبعا و هى التى بها عدد أقل من الاحمال و الـ *Reactions*.

© Copyright Eng.Akram Moustafa2013. All copyrights reserved.
Downloading or printing of these notes is allowed for personal use only.
Commercial use of these notes is not allowed. (www.yasserelleathy.com)

Sec 2 : نحسب من ناحية الشمال أسهل







الجزء الذى يدخل معنا من *Distributed load* فى حساب

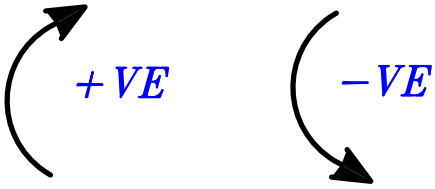
الـ *Internal forces* هو الجزء شمال الـ *Section* فقط.

$$N = -4t \ (Comp.)$$

$$Q = +13.33 - 4 = +9.33t$$

سنقوم بحساب الـ *Moment* من الشمال

لذلك دائما بطن السهم شمال

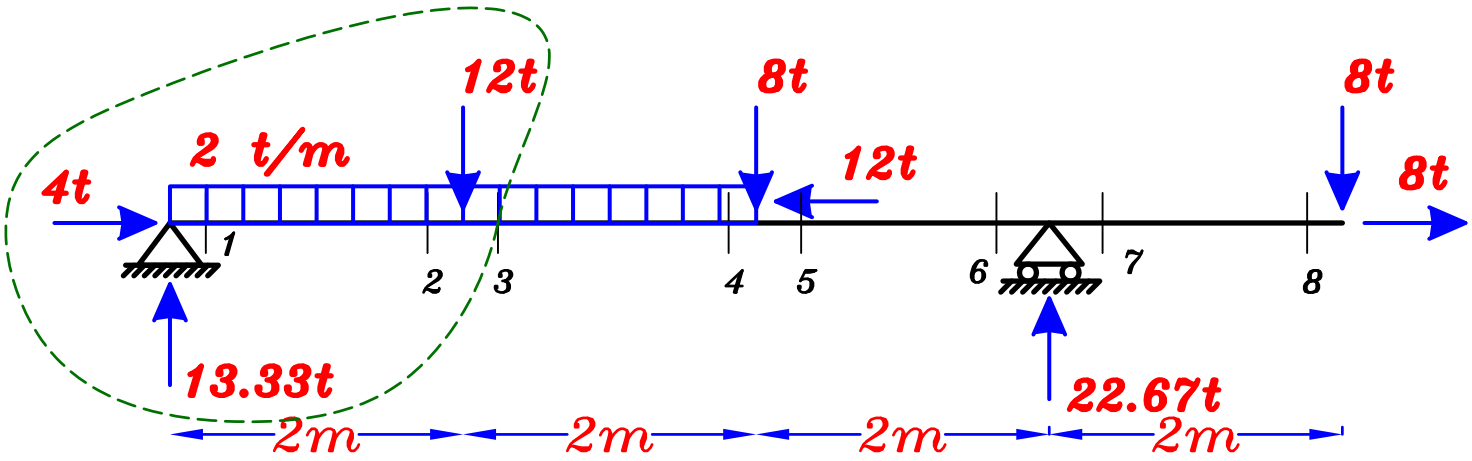


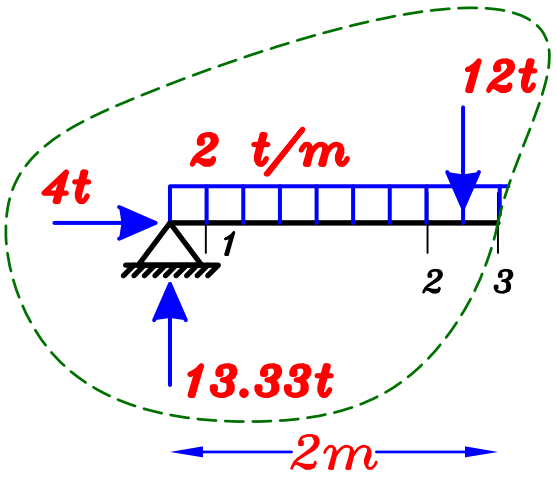
$$M = 13.33 \times 2 - 4 \times 1$$

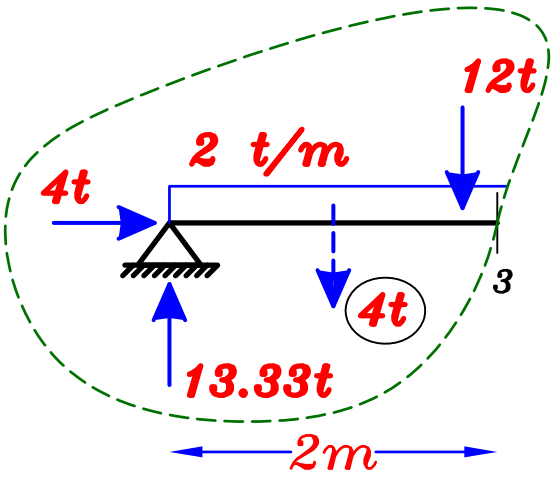
$$= +22.67 \ m.t$$

© Copyright Eng.Akram Moustafa2013. All copyrights reserved.
Downloading or printing of these notes is allowed for personal use only.
Commercial use of these notes is not allowed. (www.yasserelleathy.com)

Sec 3 : نحسب من ناحية الشمال أسهل







الجزء الذى يدخل معنا من *Distributed load* فى حساب الـ *Internal forces* هو الجزء شمال الـ *Section* فقط و خد بالك من أن الـ *12t* دخلت معانا.

$N = -\ 4t\ (Comp.)$

$Q = +\ 13.33 - 4 - 12 = -\ 2.67t$

$M = 13.33 \times 2 - 4 \times 1$

$= +22.67\ m.t$

© Copyright Eng.Akram Moustafa2013. All copyrights reserved.
Downloading or printing of these notes is allowed for personal use only.
Commercial use of these notes is not allowed. (www.yasserelleathy.com)

Sec 4 : نحسب من ناحية الشمال أسهل

$N = -4t$ (Comp.) →

$Q = +13.33 - 4 - 12 - 4 = -6.67t$ ↓

$M = 13.33 \times 4 - 12 \times 2 - (4x2) \times 2 = 13.33$ m.t ↺

Sec 5 : نحسب من ناحية الشمال

$N = -4 + 12 = 8t$ (Tens.) → ←

$Q = +13.33 - 4 - 12 - 4 - 8 = -14.67t$ ↓

$M = 13.33 \times 4 - 12 \times 2 - (4x2) \times 2 = 13.33$ m.t ↺

Sec 6 : نحسب من ناحية اليمين أسهل

$N = 8 = 8t$ (Tens.) →

$Q = +8 - 22.67 = -14.67$ ↓ ↑

$M = -8 \times 2 = -16$ m.t ↻

© Copyright Eng.Akram Moustafa2013. All copyrights reserved.
Downloading or printing of these notes is allowed for personal use only.
Commercial use of these notes is not allowed. (www.yasserelleathy.com)

Sec 7 : نحسب من ناحية اليمين أسهل

$$N = 8 \rightarrow = 8t \ (Tens.)$$

$$Q = + 8t$$

$$M = - 8 \times 2 = - 16 \ m.t$$

Sec 8 : نحسب من ناحية اليمين أسهل

$$N = 8 \rightarrow = 8t \ (Tens.)$$

$$Q = + 8t$$

$$M = 0$$

Drawing Internal forces diagrams

و اذا اردنا رسم *Diagrams* للـ *Internal forces* نقوم برسم القيم السابقة مع العلم بأن

١- الـ *Datum* الذى نقوم برسم الـ *Diagrams* عليه هو محور الكمرة

٢- لرسم *Diagram* الـ *Normal force* لايهم ان نرسم الـ *+ve* فوق الـ *Datum* أو تحته و لكن لو رسمنا الـ *+ve* فوق يكون الـ *−ve* تحت

٣- لرسم *Diagram* الـ *Shear force* يكون الـ *+ve* فوق الـ *Datum* و الـ *−ve* تحته

٤- لرسم *Diagram* الـ *Bend. Moment* يكون الـ *−ve* فوق الـ *Datum* و الـ *+ve* تحته

© Copyright Eng.Akram Moustafa2013. All copyrights reserved.
Downloading or printing of these notes is allowed for personal use only.
Commercial use of these notes is not allowed. (www.yasserelleathy.com)

و لكننا لن نقوم بحساب كل قطاع بل سيتم رسم الـ *Diagram* مرة واحدة بدون حسابات كالتالى

لرسم الـ *N.F.D*

* يتم تجميع القوى التى فى اتجاه الكمرة فتكون هى الـ *N.F.D* و يتم رسم القوى الشد *+ve* فوق محور الكمرة و القوى الضغط *-ve* أسفل محور الكمرة مع ملاحظة أنه عند وجود حمل مركز فى اتجاه محور الكمرة يتم الحساب مرتين مرة قبل الحمل مباشرة ومرة بعد الحمل مباشرة و يجب أن يحدث *drop* فى رسمة الـ *N.F.D* عند هذا الحمل و نجد أنه يوجد قيمتين للـ *N.F.D* .

* و بصورة أخرى نقوم بعمل التالى

١- لا نرى سوى الـ *Forces* اللى بتعمل *Normal* على الكمرة أى التى تكون فى اتجاه الكمرة

٢- نبدأ من أحد الطرفين يمين أو شمال و نحدد اتجاه الـ *Forces* اللى بتعمل ضغط و اتجا ه اللى بتعمل شد .

٣- نبدأ برسم أول قوة نقابلها بحيث اذا كانت ضغط ترسم تحت الكمرة (الـ *Datum*) وتكون سالبة و اذا كانت شد ترسم فوق الكمرة (الـ *Datum*) و تكون موجبة .

٤- نتحرك مع الكمرة وأى قوة نقابلها فى نفس اتجاه القوة الاولى نتحرك كما تحركنا فى القوة الاولى (لاعلى أو أسفل) و أى قوة نقابلها عكس القوة الاولى نتحرك عكس اتجاه الحركة فى القوة الاولى .

© Copyright Eng.Akram Moustafa2013. All copyrights reserved.
Downloading or printing of these notes is allowed for personal use only.
Commercial use of these notes is not allowed. (www.yasserelleathy.com)

لرسم الـ S.F.D

* يتم بدأ الحسابات من ناحية الشمال و يتم تجميع القوى التى فى اتجاه عمودى على الكمرة فتكون هى الـ $S.F.D$ و اذا كانت لاعلى تكون $+ve$ و ترسم فوق الكمرة و اذا كانت لاسفل تكون $-ve$ و ترسم أسفل الكمرة والعكس صحيح اذا كانت الحسابات من ناحية اليمين

مع ملاحظة أنه عند وجود حمل مركز عمودى على محورالكمرة يتم الحساب مرتين مرة قبل الحمل مباشرة ومرة بعد الحملمباشرة يجب أن يحدث $drop$ فى رسمة الـ$S.F.D$عند هذا الحملو نجد أنه يوجد قيمتين للـ $S.F.D$.

* **و بصورة أخرى نقوم بعمل التالى**

١- لا نرى سوى الـ$Forces$اللى بتعمل $Shear$ على الكمرة أى التى تكون فى اتجاه عمودى على الكمرة .

٢- نبدأ من أى ناحية و لكن يفضل الشمال فاذا بدأنا من الشمال و كانت أول قوة نقابلها لاعلى نرسم قيمتها فوق الكمرة (الـ $Datum$) و اذا كانت أول قوة لاسفل نرسم قيمتها تحت الكمرة (الـ $Datum$) .

٣- نتحرك فى اتجاه الكمرة و أى قوة لاعلى نرسم قيمتها فوق الكمرة (الـ$Datum$) و أى قوة لاسفل نرسم قيمتها تحت الكمرة (الـ$Datum$) .

© Copyright Eng.Akram Moustafa2013. All copyrights reserved.
Downloading or printing of these notes is allowed for personal use only.
Commercial use of these notes is not allowed. (www.yasserelleathy.com)

خد بالك

* الـ $N.F.D$ و الـ $S.F.D$ كل قيمة تُنسب للقيمة اللى قبلها بمعنى أن أى قيمة تُطرح أو تُجمع على القيمة السابقة لها.
* فى حالة الـ $N.F.D$ يمكن رسم الشد تحت الكمرة و الضغط فوق الكمرة.
* فى حالة الـ $S.F.D$ يمكن بداية الرسم من اليمين مع عكس الاشارات أى بمعنى لو القوة لاعلى نرسمها تحت الكمرة و لو القوة لاسفل نرسمها فوق الكمرة.
* لابد للـ $N.F.D$ و الـ $S.F.D$ أن يبدأ بصفر و ينتهى بصفر.

لرسم الـ $B.M.D$

يتم حساب العزوم عند اى قطاع من ناحية اليمين او اليسار و يتم الرسم ناحية زيل العزوم فاذا كان زيل العزوم لاسفل نرسم لاسفل والعكس ثم نوصل بين القيم .

مع ملاحظة أنه عند وجود عزم مركز فى اتجاه محورالكمرة يتم الحساب مرتين مرة قبل العزم مباشرة ومرة بعد العزم مباشرة يجب أن يحدث $drop$ فى رسمة الـ $B.M.D$ عند هذا الحمل و نجد أنه يوجد قيمتين للـ $B.M.D$.

© Copyright Eng.Akram Moustafa2013. All copyrights reserved.
Downloading or printing of these notes is allowed for personal use only.
Commercial use of these notes is not allowed. (www.yasserelleathy.com)

النقط التى يتم حساب الـ B.M.D عندها

١ - أى Support ٢ - أى Concntrated load

٣- أى Concntrated moment قبله و بعده

٤- بداية و نهاية الـ Distributed load

٥- عند حدوث تغير فى قيمة الـ Distributed load

٦- عند الـ Intermediate hinge لا نحسب الـ moment لان قيمته تساوى صفر

٧ - بداية ونهاية الكمرة و دائما عندهما الـ moment يساوى صفر

الا فى حالة وجود Concntrated moment أو Fixation

خد بالك

لكل Diagram توجد غلطة خطيرة

١- الـ N.F.D.

لابد من وضع الاشارة على الـ Diagram (الشد موجب و الضغط سالب) و لو نسيتها تضيع نصف درجة الـ Diagram .

٢- الـ S.F.D.

الارقام عليها نصف الدرجة و الاتجاه نصف الدرجة و لذلك لازم نأخذ بالنا من الاتجاه.

٣- الـ B.M.D.

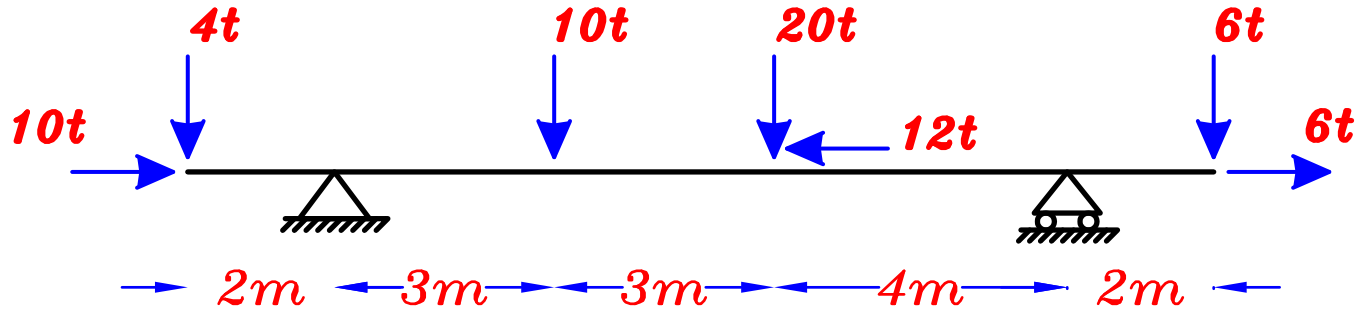
الاتجاه مهم جدا جدا دائما ناحية ذيل السهم نرسم الـ Moment

و لو غلطنا فيها تضيع درجة الـ Diagram كله حتى و لو كانت القيم صحيحة .

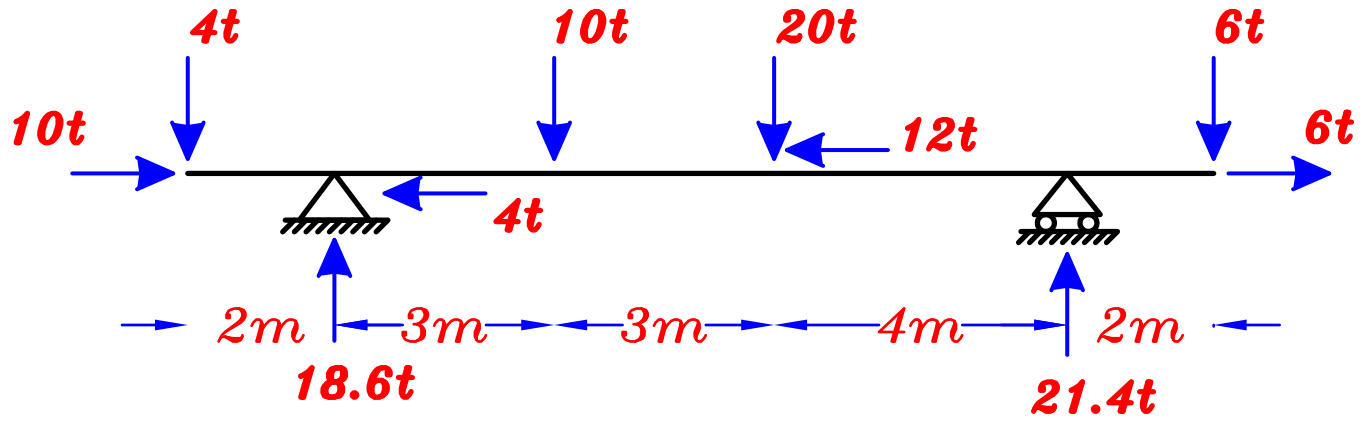
© Copyright Eng.Akram Moustafa2013. All copyrights reserved.
Downloading or printing of these notes is allowed for personal use only.
Commercial use of these notes is not allowed. (www.yasserelleathy.com)

Example :

For the shown beam draw N.F.D , S.F.D & B.M.D.

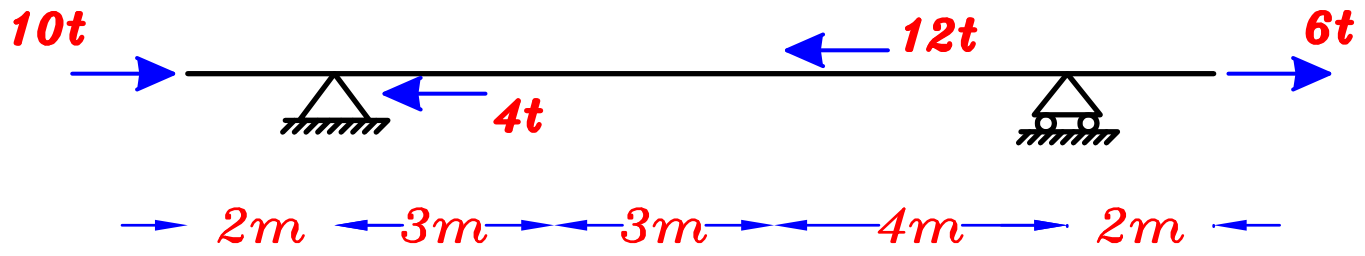


نحسب الـ *Reactions* أولا و من الممكن أن تكون معطاه فى المسألة



لرسم الـ ***N.F.D***

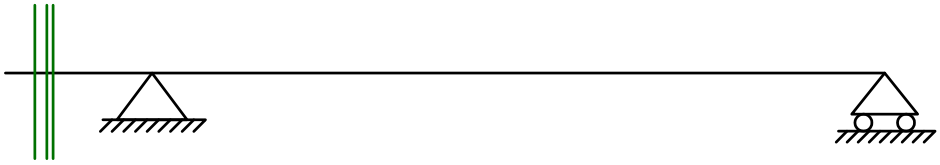
١- لا نرى سوى الـ***Forces*** اللى بتعمل ***Normal*** على الكمرة أى التى تكون فى اتجاه الكمرة



© Copyright Eng.Akram Moustafa2013. All copyrights reserved.
Downloading or printing of these notes is allowed for personal use only.
Commercial use of these notes is not allowed. (www.yasserelleathy.com)

٢- نبدأ من أحد الطرفين يمين أو شمال و نحدد اتجاه الـ **Forces** اللى بتعمل ضغط و اتجا ه اللى بتعمل شد .

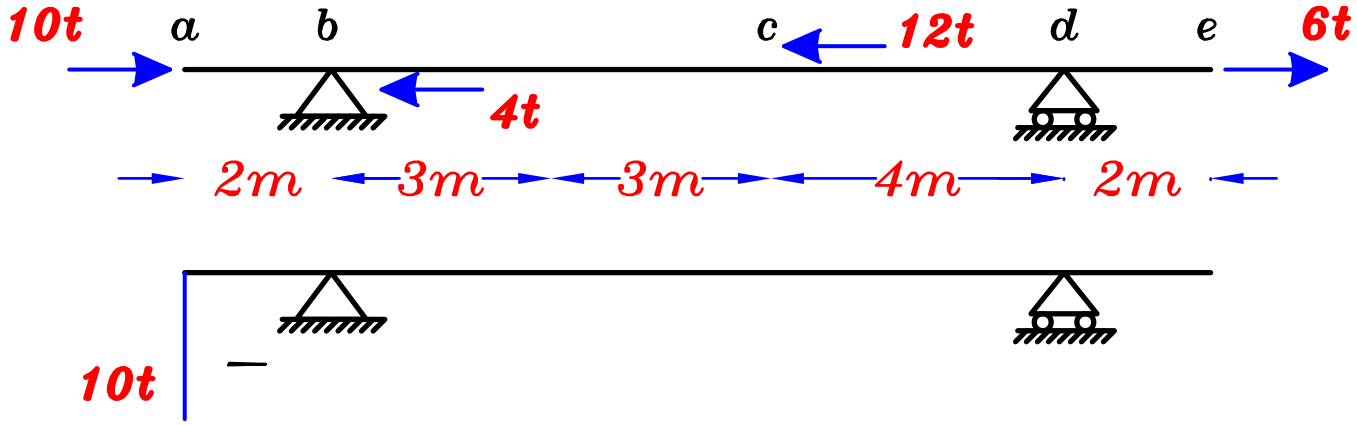
سوف نبدأ مثلا من ناحية الشمال



و بالتالى يكون اتجاه الضغط و الشد كالتالى

Compression ← → **Tension**

٣- نبدأ برسم أول قوة نقابلها بحيث اذا كانت ضغط ترسم تحت الكمرة (الـ **Datum**) وتكون سالبة و اذا كانت شد ترسم فوق الكمرة (الـ **Datum**) و تكون موجبة .



من *(a)* الى *(b)* لا توجد أى قوة بتعمل *Normal* على الكمرة و بالتالى يكون الـ *Diagram* عبارة عن خط موازى للكمرة الـ *(Datum)*

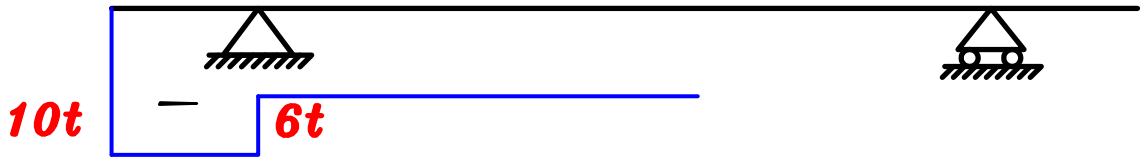
© Copyright Eng.Akram Moustafa2013. All copyrights reserved.
Downloading or printing of these notes is allowed for personal use only.
Commercial use of these notes is not allowed. (www.yasserelleathy.com)

عند نقطة (b) توجد الـ (4t) اتجاهها عكس اتجاه اول Force

و بالتالى تكون شد و لذلك نتحرك لاعلى

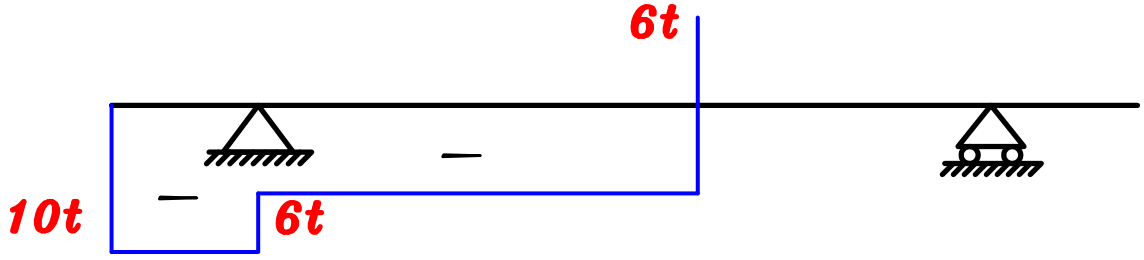
من (b) الى (c) لا توجد أى قوة بتعمل Normal على الكمرة و بالتالى

يكون الـ Diagram عبارة عن خط موازى للكمرة الـ (Datum)



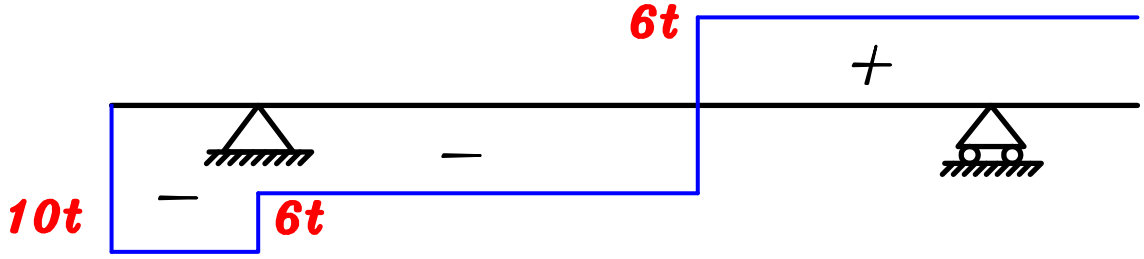
عند نقطة (C) توجد الـ (12t) اتجاهها عكس اتجاه اول Force

و بالتالى تكون شد و لذلك نتحرك لاعلى



من (c) الى (e) لا توجد أى قوة بتعمل Normal على الكمرة و بالتالى

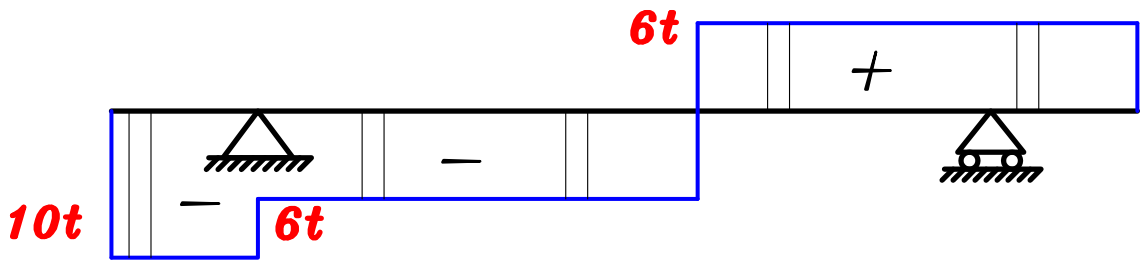
يكون الـ Diagram عبارة عن خط موازى للكمرة الـ (Datum)



عند نقطة (C) توجد الـ (12t) اتجاهها مع اتجاه اول Force

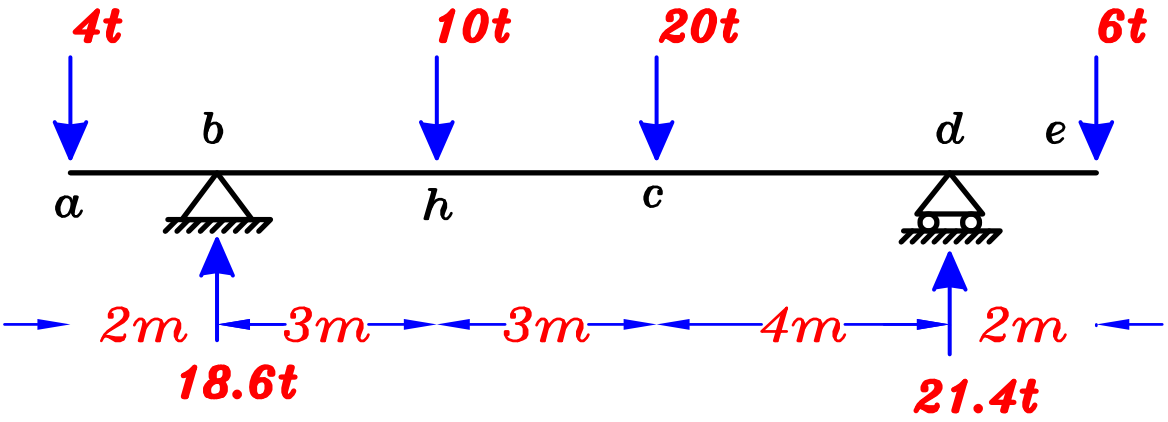
و بالتالى تكون ضغط و لذلك نتحرك لاسفل

© Copyright Eng.Akram Moustafa2013. All copyrights reserved.
Downloading or printing of these notes is allowed for personal use only.
Commercial use of these notes is not allowed. (www.yasserelleathy.com)

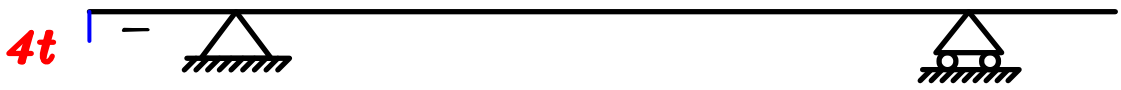


لرسم الـ S.F.D

١- لا نرى سوى الـForces اللى بتعمل Shear على الكمرة أى التى تكون فى اتجاه عمودى على الكمرة الكمرة .



٢- نبدأ من أى ناحية و لكن يفضل الشمال فاذا بدأنا من الشمال و كانت أول قوة نقابلها لاعلى نرسم قيمتها فوق الكمرة (الـ Datum) و اذا كانت أول قوة لاسفل نرسم قيمتها تحت الكمرة (الـ Datum) .

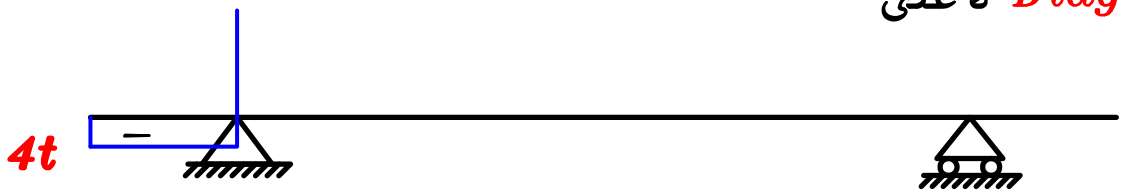


© Copyright Eng.Akram Moustafa2013. All copyrights reserved.
Downloading or printing of these notes is allowed for personal use only.
Commercial use of these notes is not allowed. (www.yasserelleathy.com)

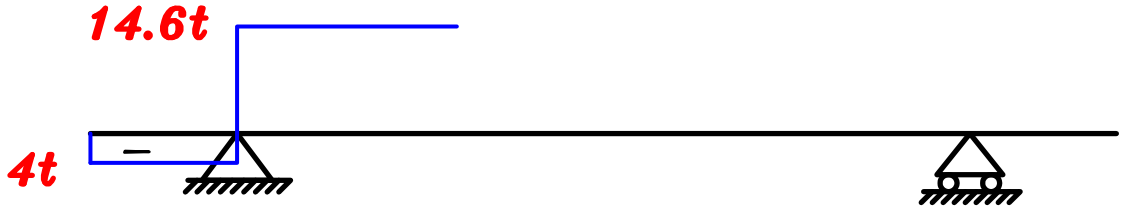
٣- نتحرك فى اتجاه الكمرة و أى قوة لاعلى نرسم قيمتها فوق الكمرة (الـ Datum) و أى قوة لاسفل نرسم قيمتها تحت الكمرة (الـ Datum) .

من (a) الى (b) لا توجد أى قوة بتعمل Shear على الكمرة و بالتالى يكون الـ Diagram عبارة عن خط موازى للكمرة الـ(Datum)

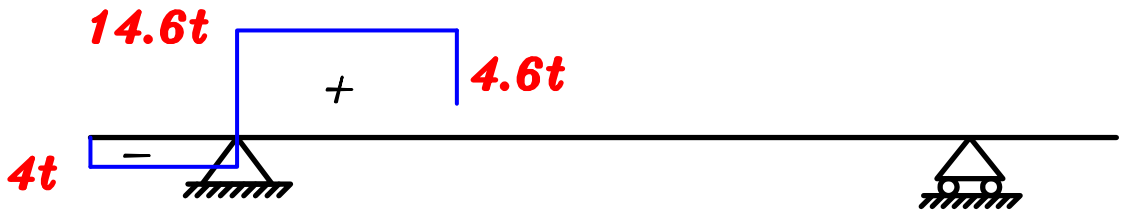
عند نقطة (b) توجد الـ(18.6t) اتجاهها لاعلى و بالتالى نتحرك بالـ Diagram لاعلى



من (b) الى (h) لا توجد أى قوة بتعمل Shear على الكمرة و بالتالى يكون الـ Diagram عبارة عن خط موازى للكمرة الـ (Datum)

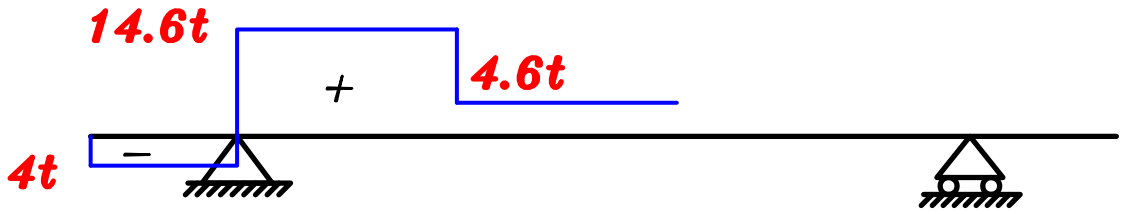


عند نقطة (h) توجد الـ (10t) اتجاهها لاسفل و بالتالى نتحرك بالـ Diagram لاسفل

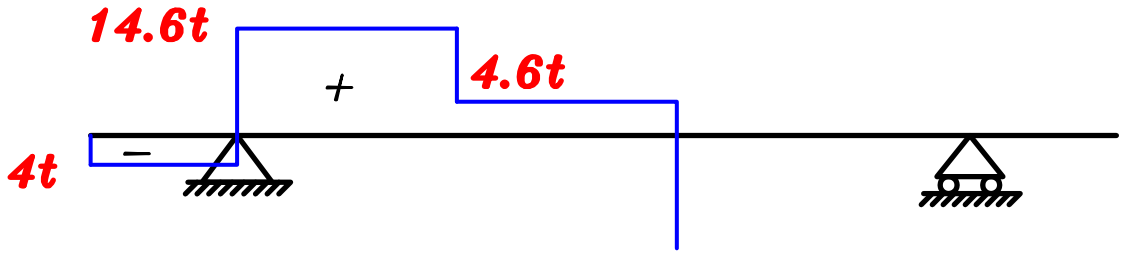


© Copyright Eng.Akram Moustafa2013. All copyrights reserved.
Downloading or printing of these notes is allowed for personal use only.
Commercial use of these notes is not allowed. (www.yasserelleathy.com)

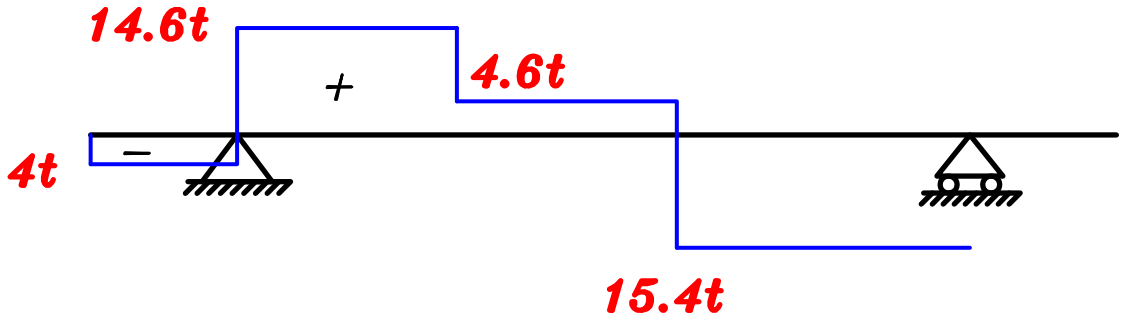
من (h) الى (C) لا توجد أى قوة بتعمل Shear على الكمرة و بالتالى يكون الـ Diagram عبارة عن خط موازى للكمرة الـ (Datum)



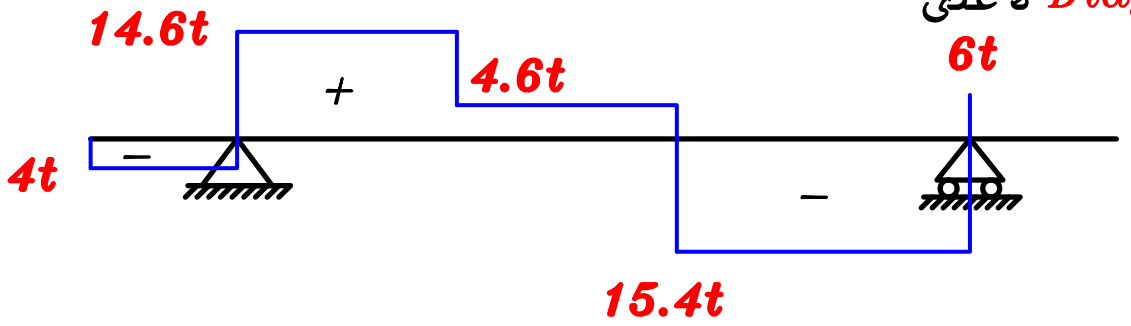
عند نقطة (C) توجد الـ (20t) اتجاهها لاسفل و بالتالى نتحرك بالـ Diagram لاسفل



من (C) الى (d) لا توجد أى قوة بتعمل Shear على الكمرة و بالتالى يكون الـ Diagram عبارة عن خط موازى للكمرة الـ (Datum)

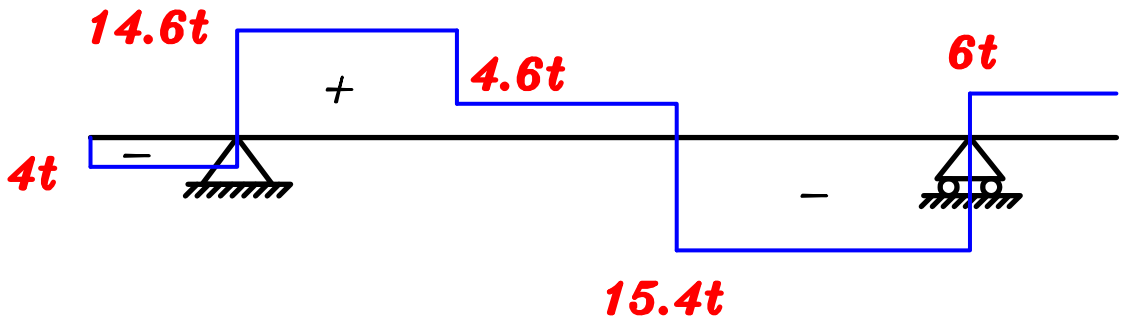


عند نقطة (d) توجد الـ (21.4t) اتجاهها لاعلى و بالتالى نتحرك بالـ Diagram لاعلى

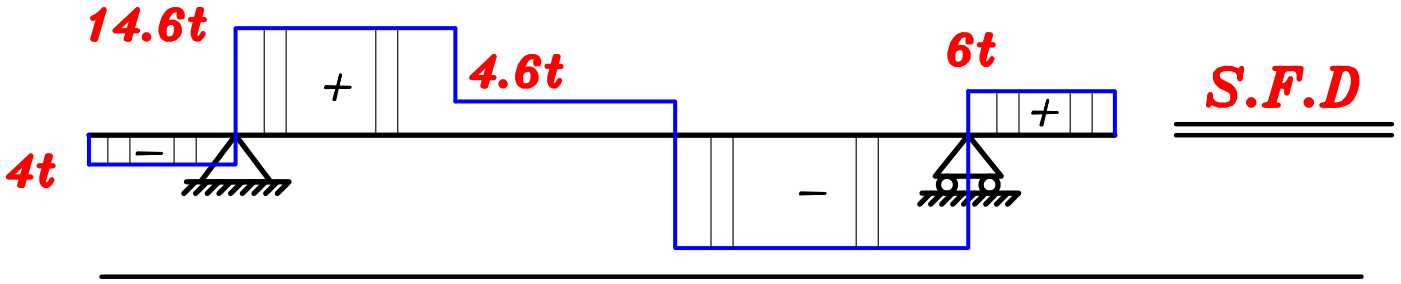


© Copyright Eng.Akram Moustafa2013. All copyrights reserved.
Downloading or printing of these notes is allowed for personal use only.
Commercial use of these notes is not allowed. (www.yasserelleathy.com)

من *(d)* الى *(e)* لا توجد أى قوة بتعمل *Shear* على الكمرة و بالتالى يكون الـ *Diagram* عبارة عن خط موازى للكمرة الـ*(Datum)*

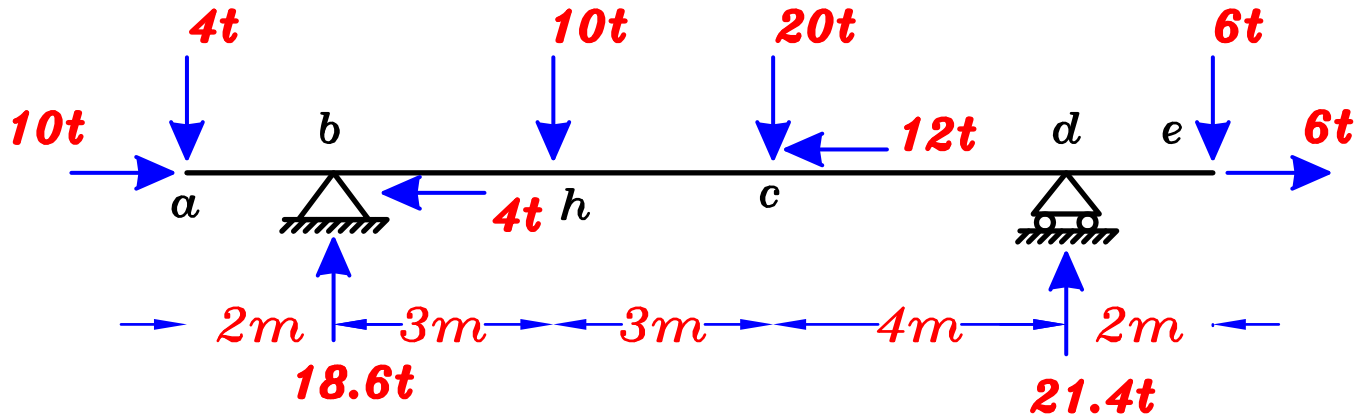


عند نقطة *(C)* توجد الـ *(20t)* اتجاهها لاسفل و بالتالى نتحرك بالـ *Diagram* لاسفل



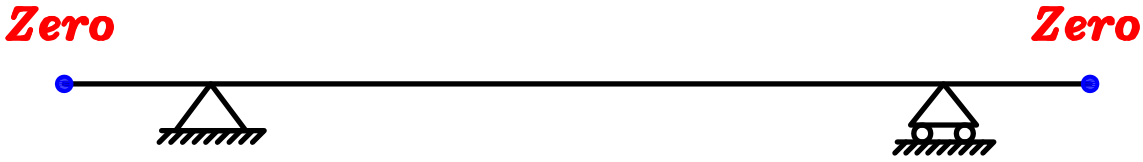
لرسم الـB.M.D

يتم حساب العزوم عند اى قطاع من ناحية اليمين او اليسار و يتم الرسم ناحية زيل العزوم فاذا كان زيل العزوم لاسفل نرسم لاسفل والعكس ثم نوصل بين القيم .

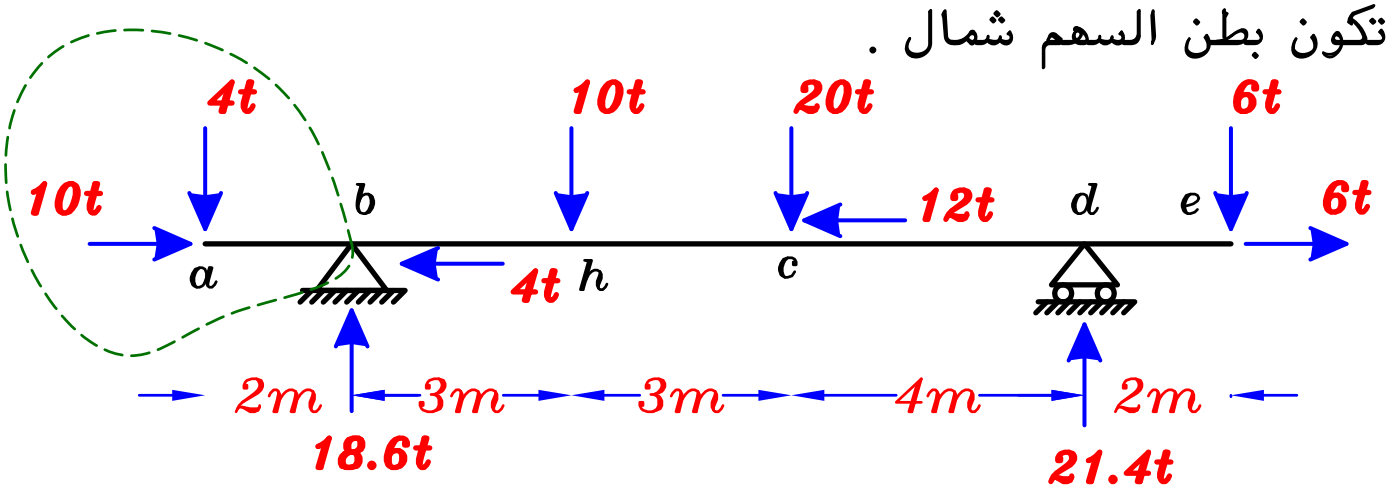


© Copyright Eng.Akram Moustafa2013. All copyrights reserved.
Downloading or printing of these notes is allowed for personal use only.
Commercial use of these notes is not allowed. (www.yasserelleathy.com)

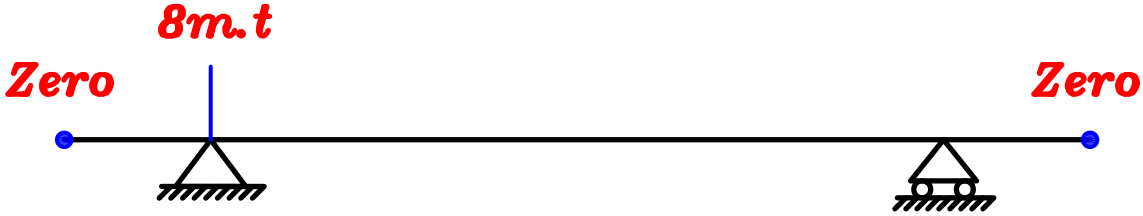
دائما الـ *Moment* عند أى طرف حر يساوى صفر ماعدا عند وجود عزم مركز أو وجود *Fixation support*.



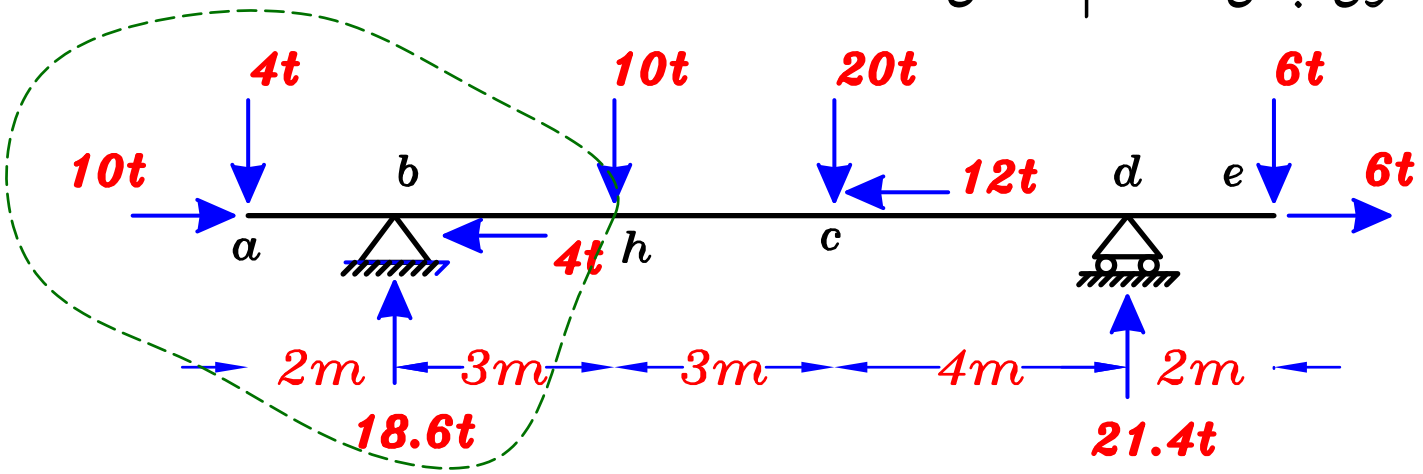
* لحساب الـ *Moment* عند نقطة *(b)* أسهل نحسب من الشمال و لازم تكون بطن السهم شمال .



$M_b = -\ 4\ x\ 2\ \curvearrowleft\ = -\ 8\ m.t\ \curvearrowleft$

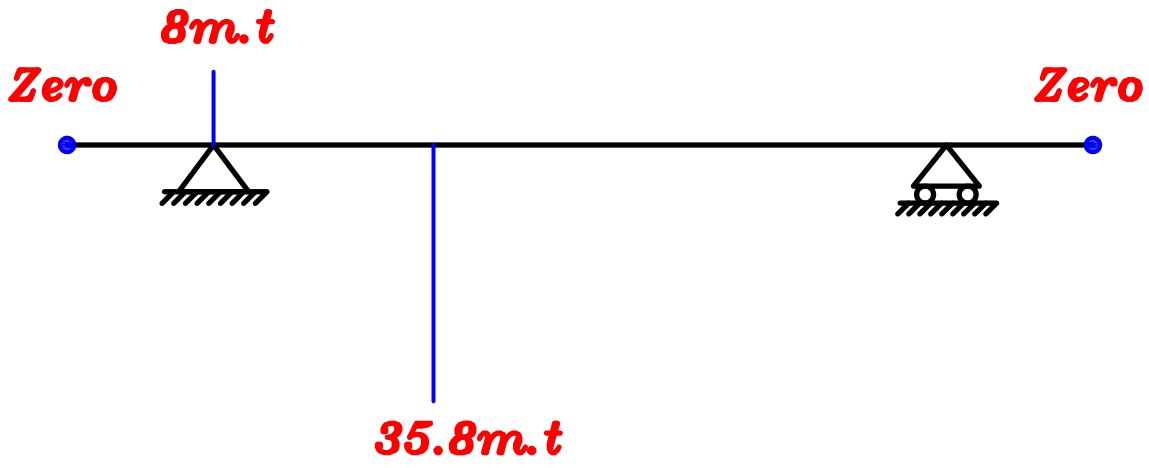


* لحساب الـ *Moment* عند نقطة *(h)* أسهل نحسب من الشمال و لازم تكون بطن السهم شمال

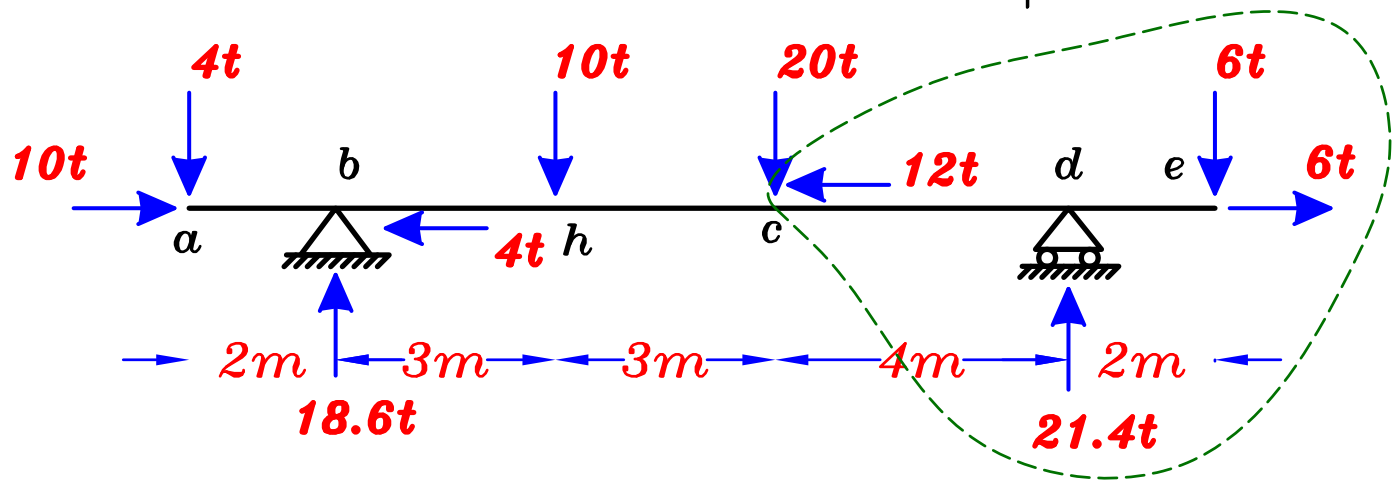


© Copyright Eng.Akram Moustafa2013. All copyrights reserved.
Downloading or printing of these notes is allowed for personal use only.
Commercial use of these notes is not allowed. (www.yasserelleathy.com)

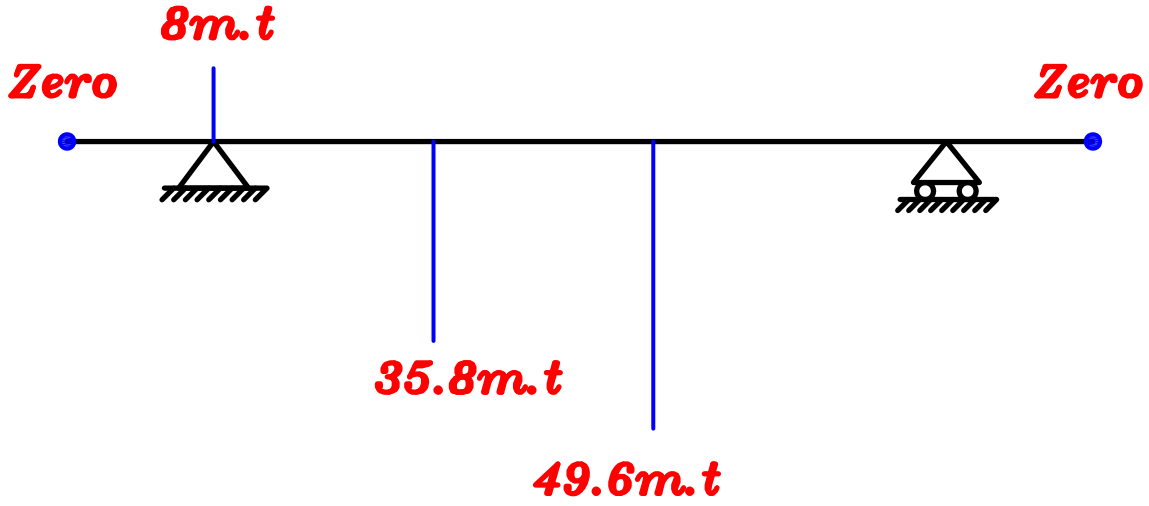
$M_h = -\ 4\ x\ 5\ \curvearrowright\ +\ 18.6\ x\ 3\ \curvearrowleft = 35.8\ m.t\ \curvearrowleft$



* لحساب الـ Moment عند نقطة (C) أسهل نحسب من اليمين و لازم تكون بطن السهم يمين .

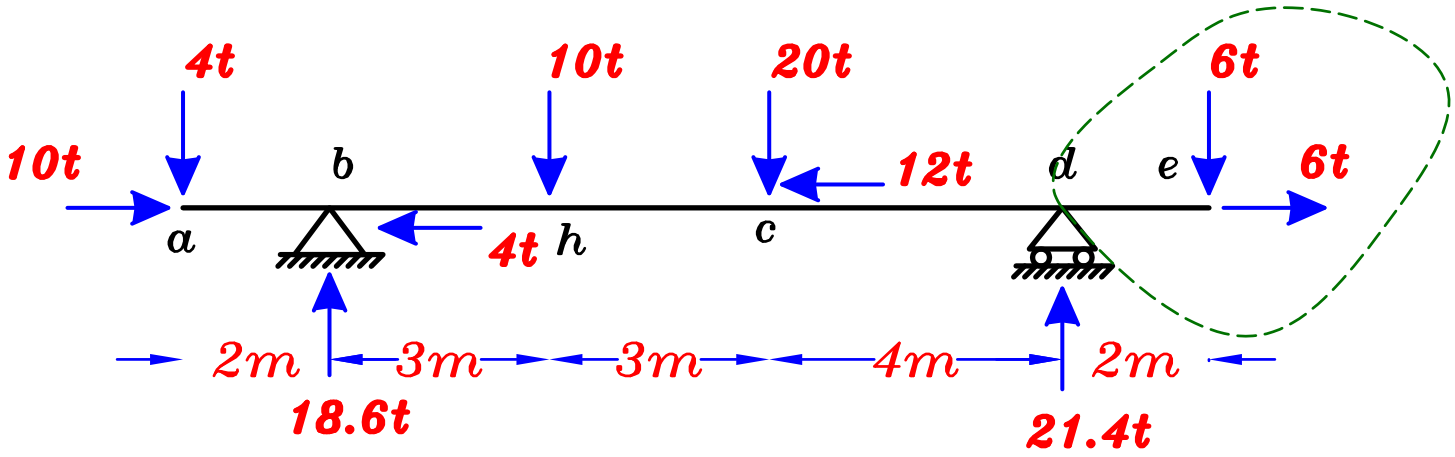


$M_C = -\ 6\ x\ 6\ \curvearrowright\ +\ 21.4\ x\ 4\ \curvearrowleft = 49.6\ m.t\ \curvearrowleft$

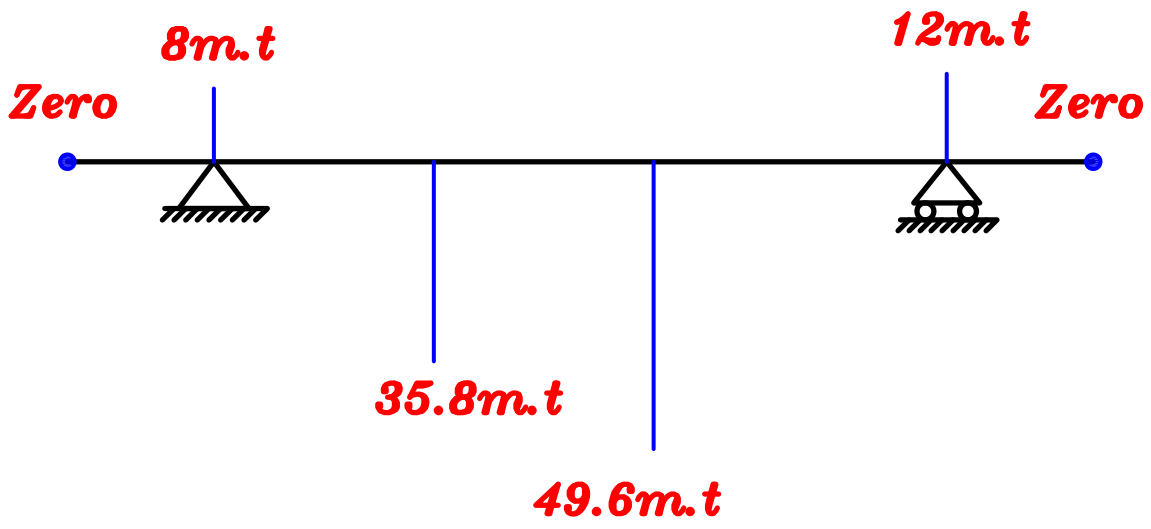


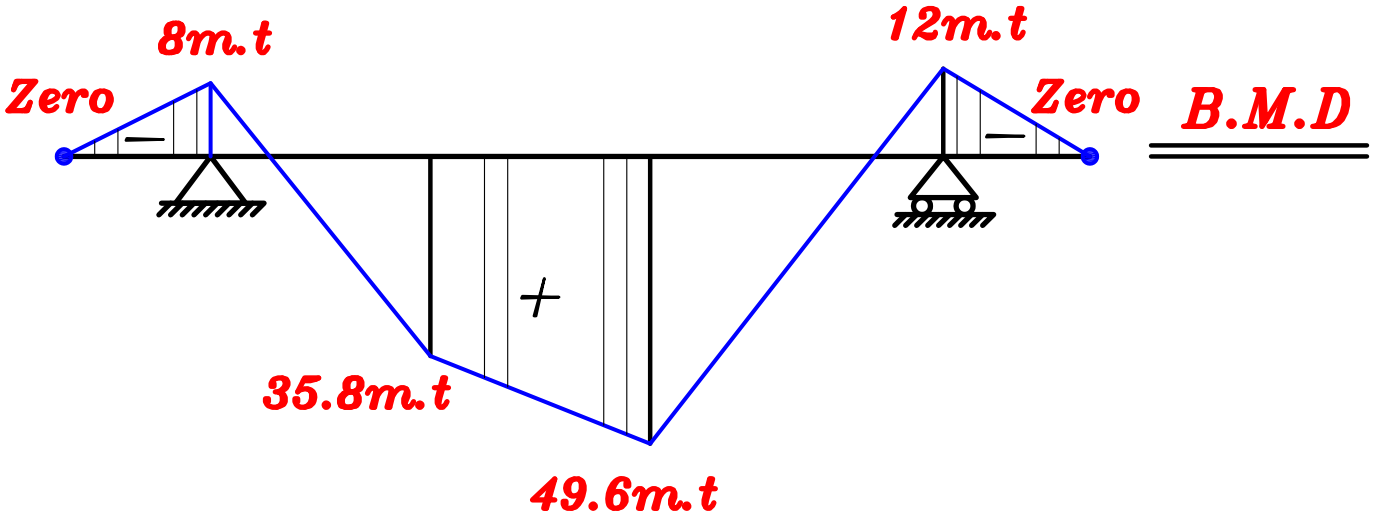
© Copyright Eng.Akram Moustafa2013. All copyrights reserved.
Downloading or printing of these notes is allowed for personal use only.
Commercial use of these notes is not allowed. (www.yasserelleathy.com)

* لحساب الـ Moment عند نقطة (d) أسهل نحسب من اليمين و لازم تكون بطن السهم يمين .



$M_d = -\ 6\ x\ 2\ \curvearrowleft\ = -12\ m.t\ \curvearrowleft$

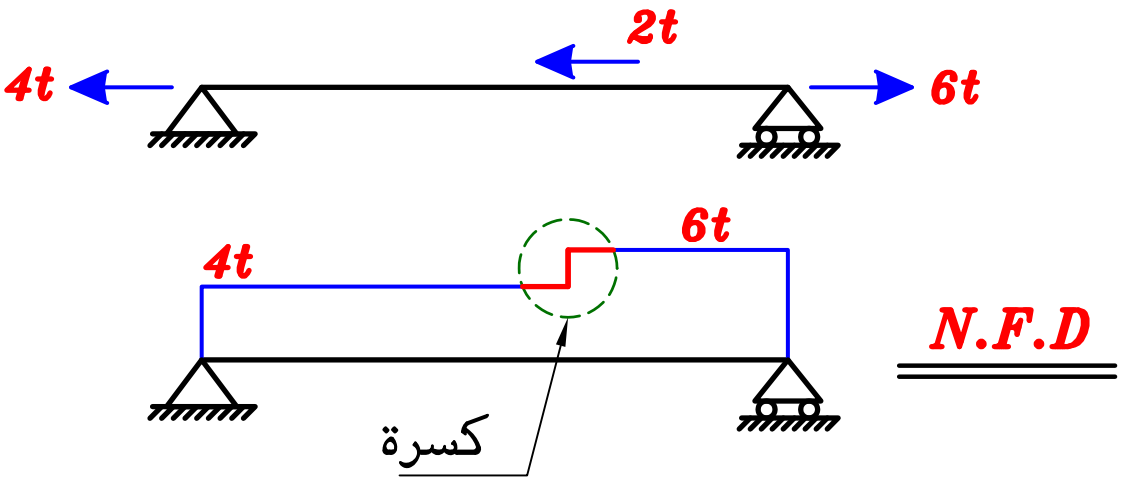




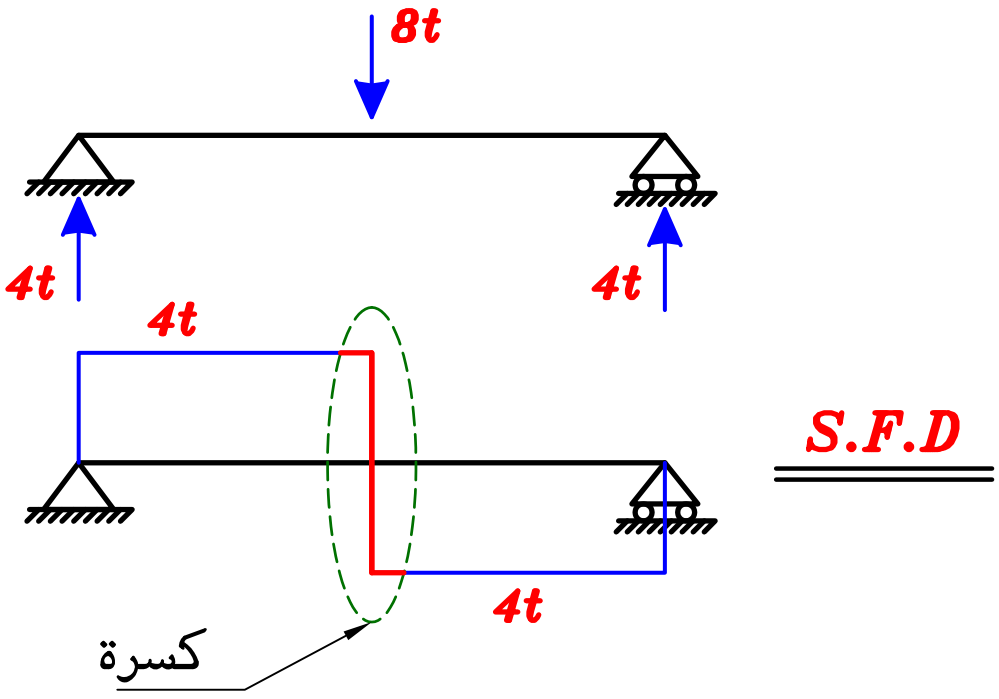
© Copyright Eng.Akram Moustafa2013. All copyrights reserved.
Downloading or printing of these notes is allowed for personal use only.
Commercial use of these notes is not allowed. (www.yasserelleathy.com)

ملاحظات هامة جدا جدا

١- لا يحدث كسرة فى الـ *N.F.D* عند نقطة معينة الا فى حالة وجود قوة فى اتجاه الـ *member* عند هذه النقطة.

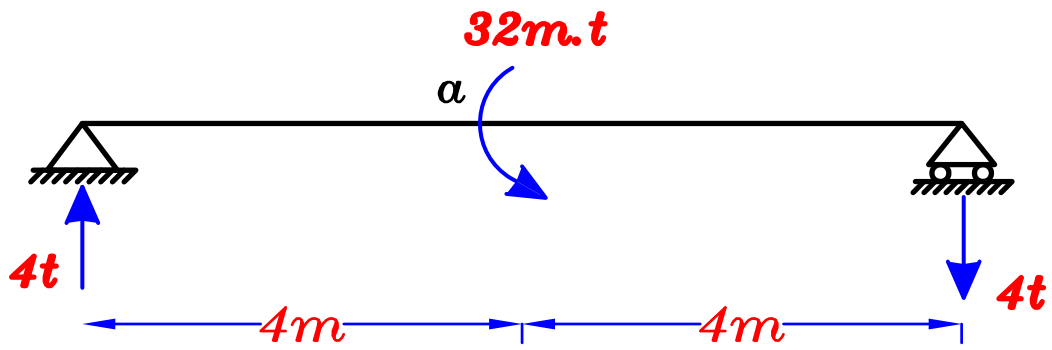


٢- لا يحدث كسرة فى الـ *S.F.D* عند نقطة معينة الا فى حالة وجود قوة عمودية على اتجاه الـ *member* عند هذه النقطة.



© Copyright Eng.Akram Moustafa2013. All copyrights reserved.
Downloading or printing of these notes is allowed for personal use only.
Commercial use of these notes is not allowed. (www.yasserelleathy.com)

٣- لا يحدث كسرة فى الـ *B.M.D* عند نقطة معينة الا فى حالة وجود *Concentrated moment* عند هذه النقطة.

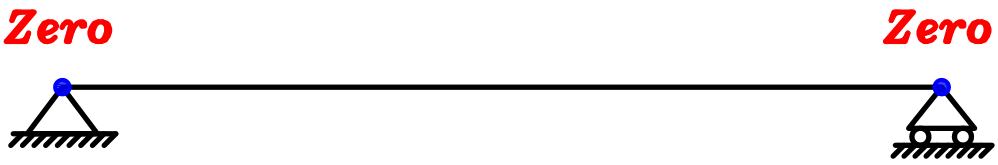


فى حالة وجود عزم مركز لابد أن يحدث كسرة فى الـ *B.M.D*

و لكى نرسمها لازم نحسب قيمة الـ *Moment* عند هذه النقطة مرتين الاولى قبل العزم المركز و الثانية بعده.

لرسم الـ B.M.D

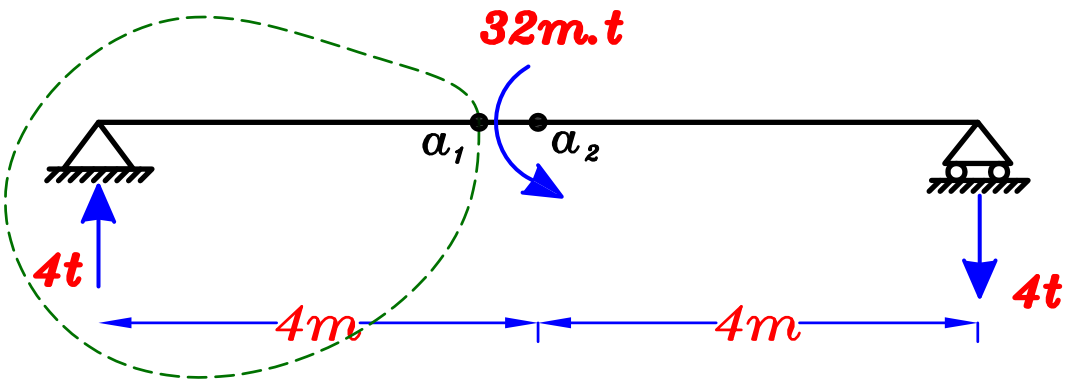
دائما الـ *Moment* عند أى طرف حر يساوى صفر ماعدا عند وجود عزم مركز أو وجود *Fixation support*.



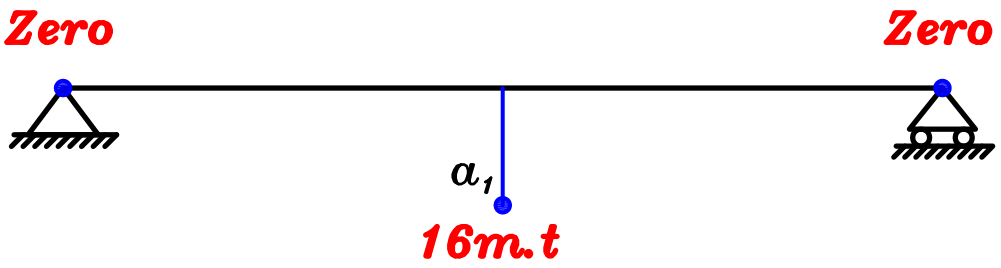
سوف نقوم بحساب الـ *Moment* عند نقطة α قبل العزم المركز و بعده من ناحية الشمال مثلا

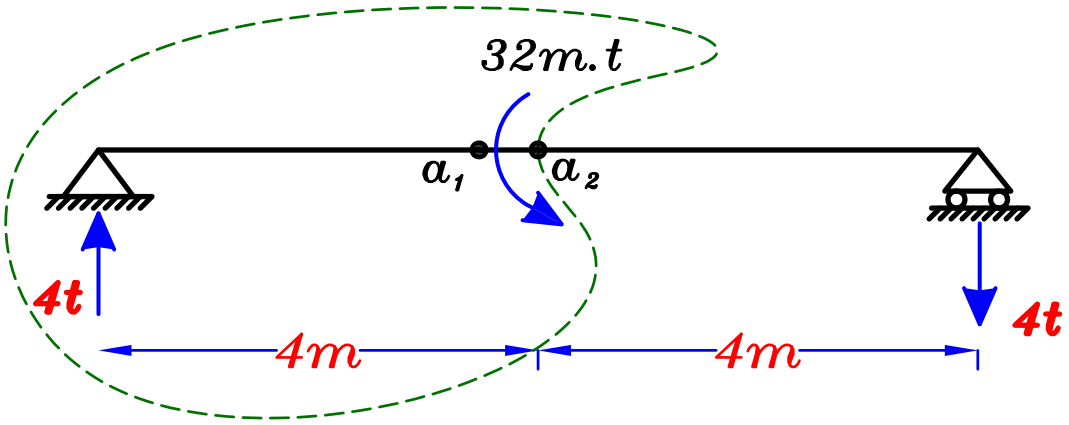
و طالما بنحسب من الشمال لابد عند الحساب أن تكون بطن سهم الـ *Moment* ناحية الشمال

© Copyright Eng.Akram Moustafa2013. All copyrights reserved.
Downloading or printing of these notes is allowed for personal use only.
Commercial use of these notes is not allowed. (www.yasserelleathy.com)

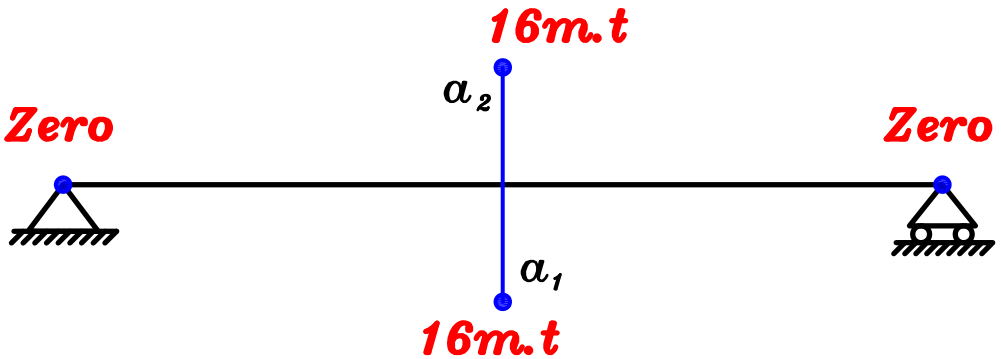


$$M_{a_1} = 4 \times 4 \curvearrowleft = 16 \ m.t \curvearrowleft$$



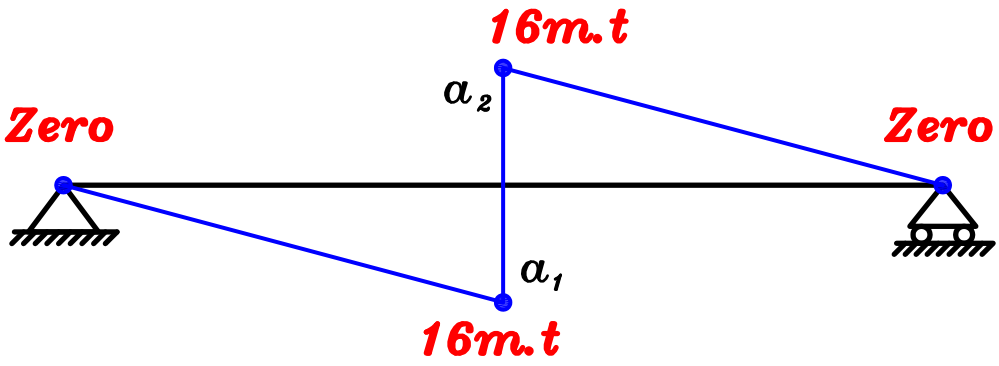


$$M_{a_2} = 4 \times 4 \curvearrowleft - 32 \curvearrowright = -16 \ m.t \curvearrowright$$



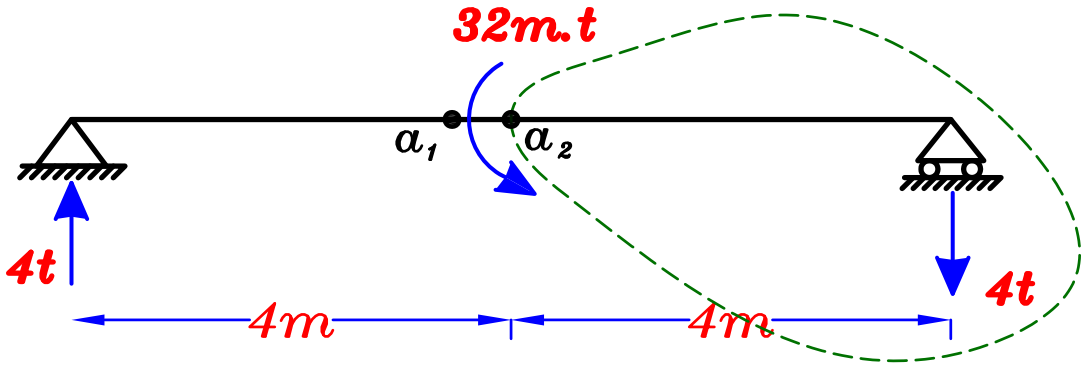
ثم نوصل كل قيمة Moment باللى ناحيتها أى نوصل a_1 بناحية الشمال و نوصل a_2 بناحية اليمين

© Copyright Eng.Akram Moustafa2013. All copyrights reserved.
Downloading or printing of these notes is allowed for personal use only.
Commercial use of these notes is not allowed. (www.yasserelleathy.com)

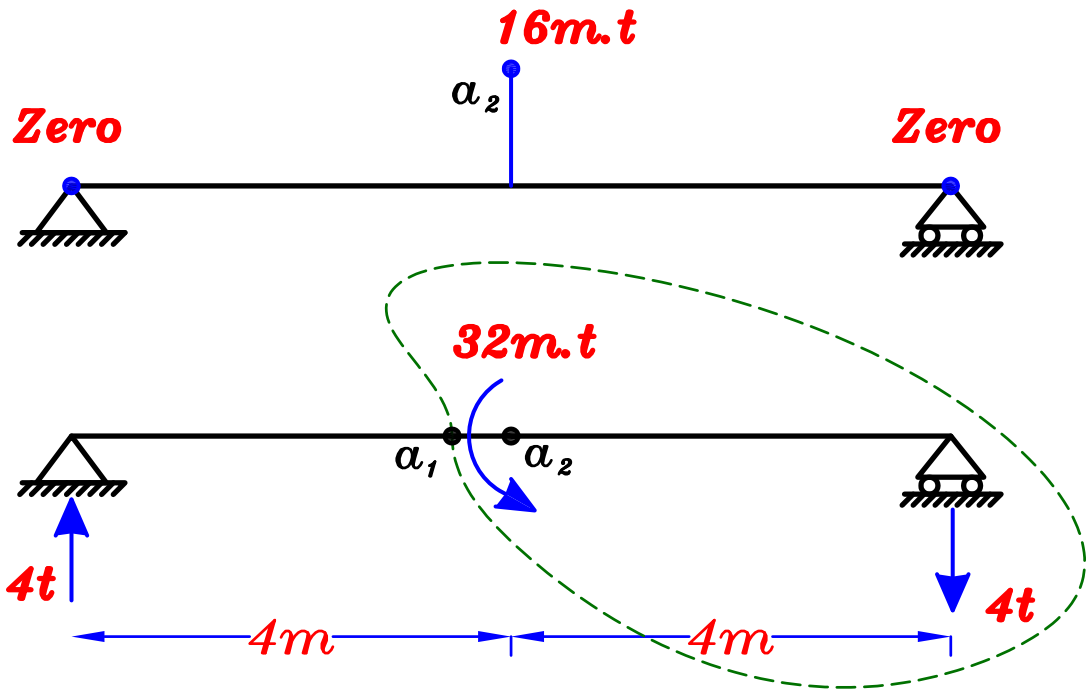


B.M.D

و لو حسبنا من ناحية اليمين لازم نحصل على نفس النتيجة



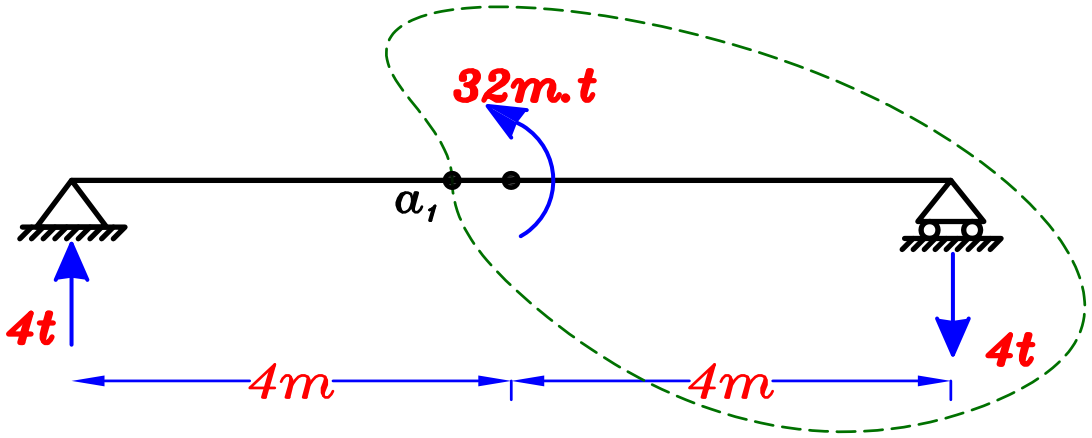
$$M_{a_2} = 4 \times 4 \curvearrowleft = -16 \ m.t \curvearrowleft$$



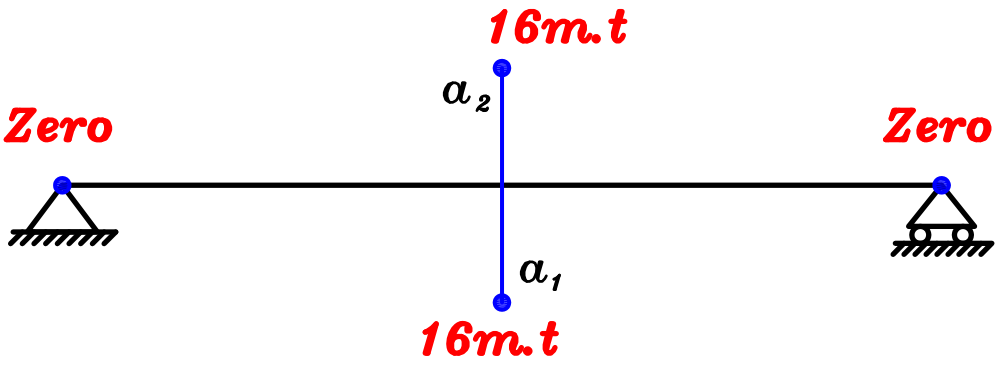
© Copyright Eng.Akram Moustafa2013. All copyrights reserved.
Downloading or printing of these notes is allowed for personal use only.
Commercial use of these notes is not allowed. (www.yasserelleathy.com)

عند الحساب عند α_1 من اليمين لا نستطيع أن نحسب

هكذا لابد و أن يكون بطن سهم العزم المركز يمين

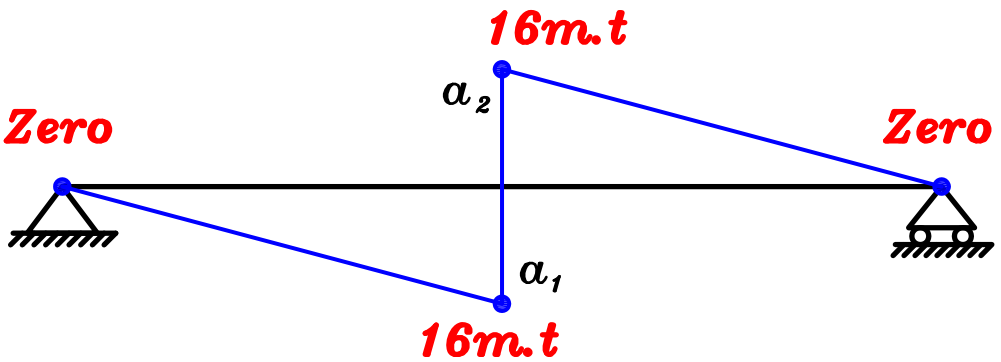


$$M_{\alpha_1} = -4 \times 4 \curvearrowright + 32\ m.t \curvearrowleft = 16\ m.t \curvearrowleft$$



ثم نوصل كل قيمة*Moment*باللى ناحيتها أى نوصل α_1 بناحية الشمال

و نوصل α_2 بناحية اليمين



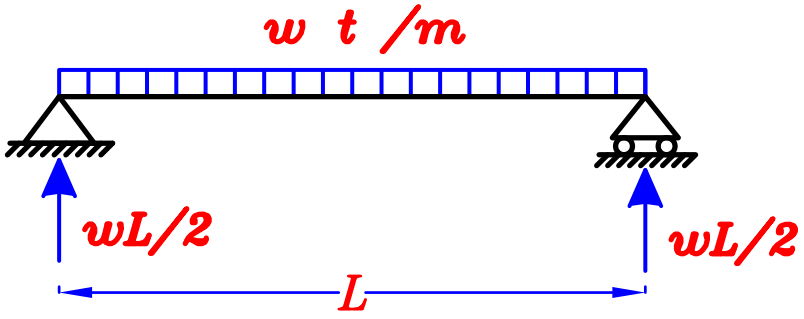
B.M.D

© Copyright Eng.Akram Moustafa2013. All copyrights reserved.
Downloading or printing of these notes is allowed for personal use only.
Commercial use of these notes is not allowed. (www.yasserelleathy.com)

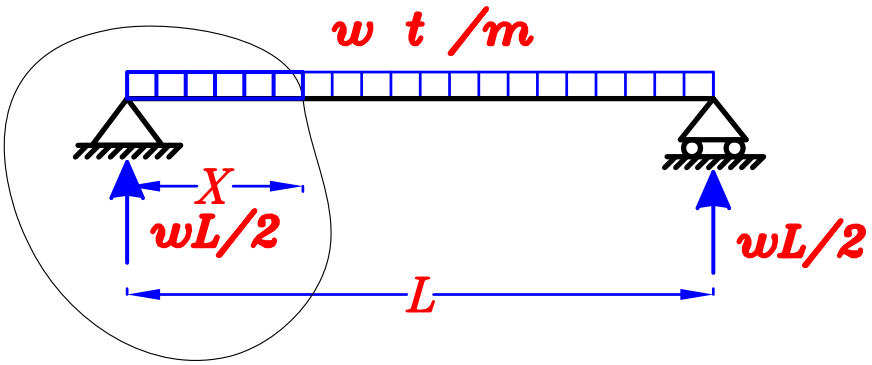
DISTRIBUTED LOAD

Uniform load :

فى حالة وجود Distributed uniform load يكون رسم الS.F.D و الـ B.M.D مختلف



اذا أردنا حساب قيمة الـ Shear عند Section على بعد (x) من الـ Support الشمال يكون كالتالى :



$$Q = wL/2 - w\ (X)$$

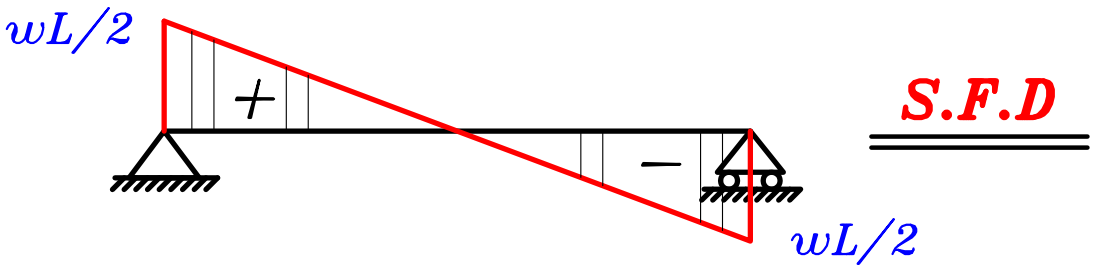
و بالتالى نجد أن الـ Shear سيكون عبارة عن Curve من الدرجة الاولى أى خط مستقيم و بالتعويض عند X=0 و عند X=L

$$Q\ (\ at\ X=0) = wL/2 - w\ (0) = wL/2$$

$$Q\ (\ at\ X=L) = wL/2 - w\ (L) = -\ wL/2$$

© Copyright Eng.Akram Moustafa2013. All copyrights reserved.
Downloading or printing of these notes is allowed for personal use only.
Commercial use of these notes is not allowed. (www.yasserelleathy.com)

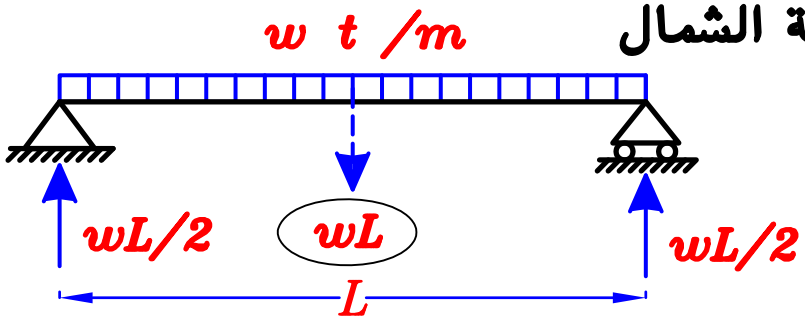
و بالتالى يكون شكل الـ S.F.D كالتالى:



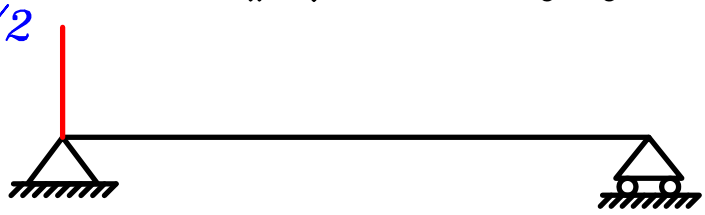
S.F.D

لرسم الـ S.F.D

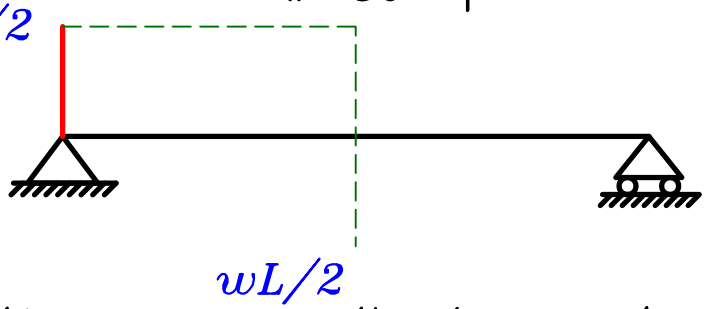
لو بنرسم من ناحية الشمال



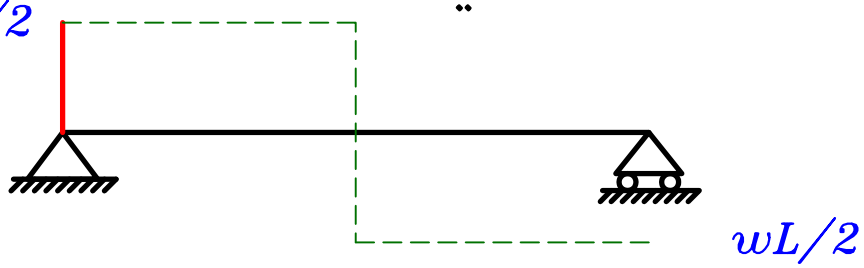
١- نحسب قيمة الـ S.F.D و نرسمها عند بداية الـ Distributed load من ناحية الشمال



٢- من هذه القيمة نمشى موازى للـ Member بخط منقط حتى منتصف مسافة الـ Distributed load ثم ننزل قيمة المحصلة

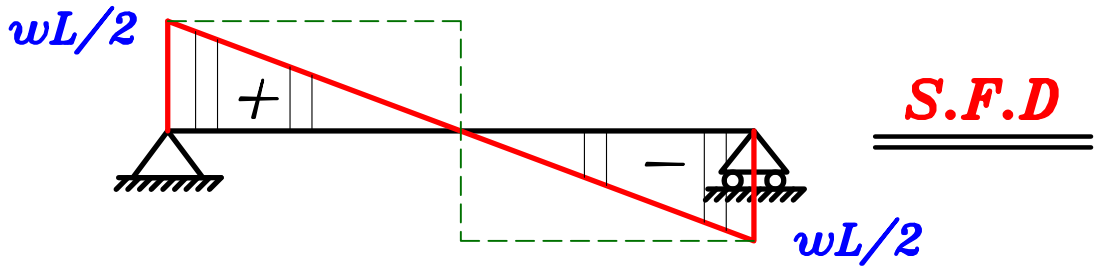


٣- نتحرك افقى بخط منقط حتى نهاية الـ Dist. load وبذلك نكون قد حصلنا على قيمة الـ S.F.D عند نهاية الـ Dist. load



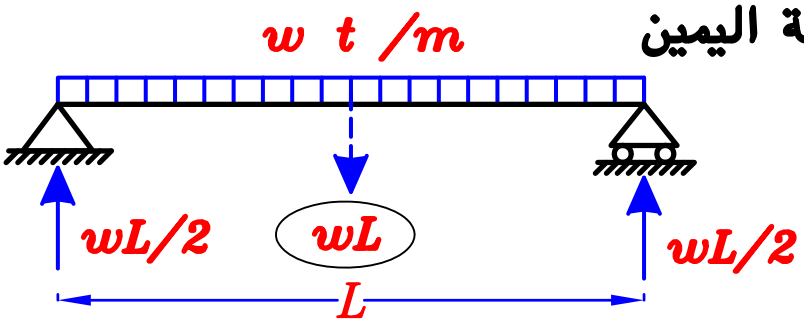
© Copyright Eng.Akram Moustafa2013. All copyrights reserved.
Downloading or printing of these notes is allowed for personal use only.
Commercial use of these notes is not allowed. (www.yasserelleathy.com)

٤- نوصل بين اول و اخر قيمة فيكون ذلك هو الـ *S.F.D*



S.F.D

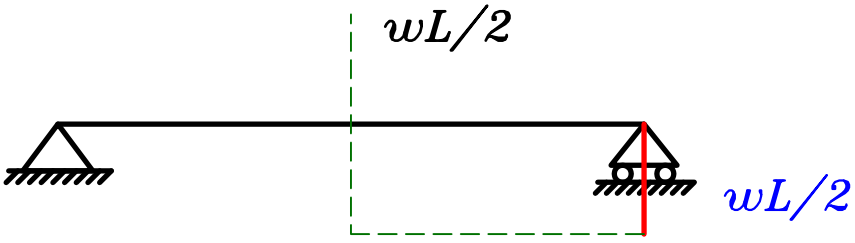
لو بنرسم من ناحية اليمين



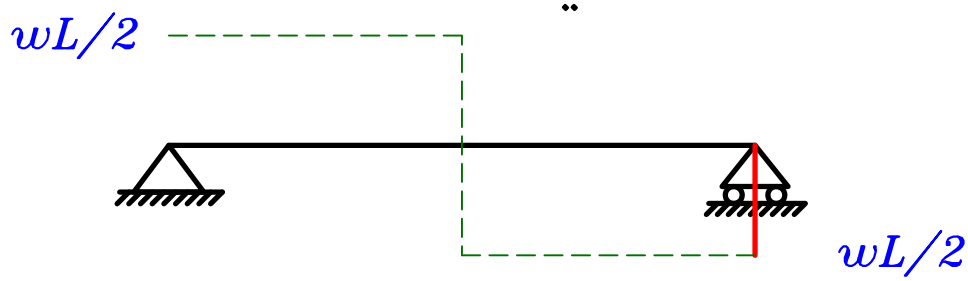
١- نحسب قيمة الـ *S.F.D* و نرسمها عند بداية الـ *Distributed load*

من ناحية اليمين

٢- من هذه القيمة نمشى موازى للـ *Member* بخط منقط حتى منتصف مسافة الـ *Distributed load* ثم نطلع قيمة المحصلة

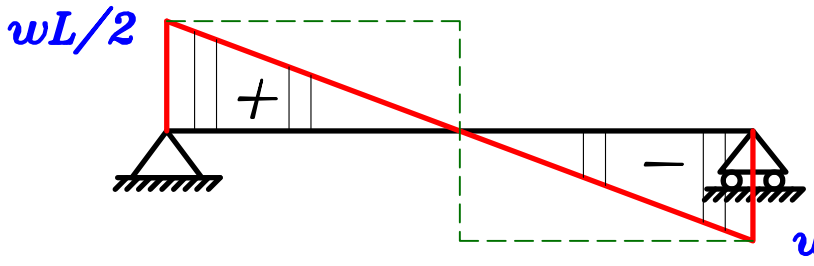


٣- نتحرك افقى بخط منقط حتى نهاية الـ *Dist. load* وبذلك نكون قد حصلنا على قيمة الـ *S.F.D* عند نهاية الـ *Dist. load*



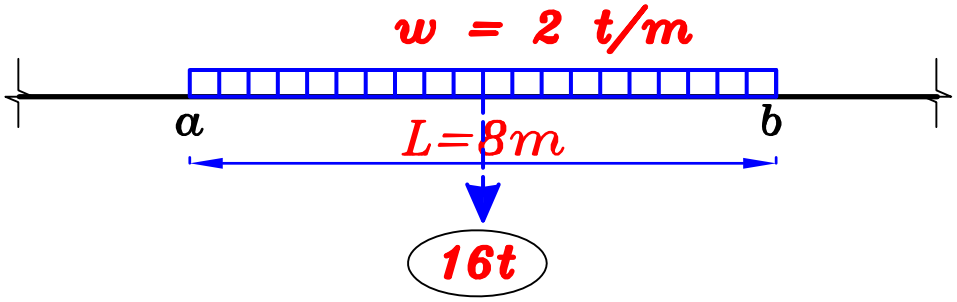
© Copyright Eng.Akram Moustafa2013. All copyrights reserved.
Downloading or printing of these notes is allowed for personal use only.
Commercial use of these notes is not allowed. (www.yasserelleathy.com)

٤- نوصل بين اول و اخر قيمة فيكون ذلك هو الـ S.F.D



S.F.D

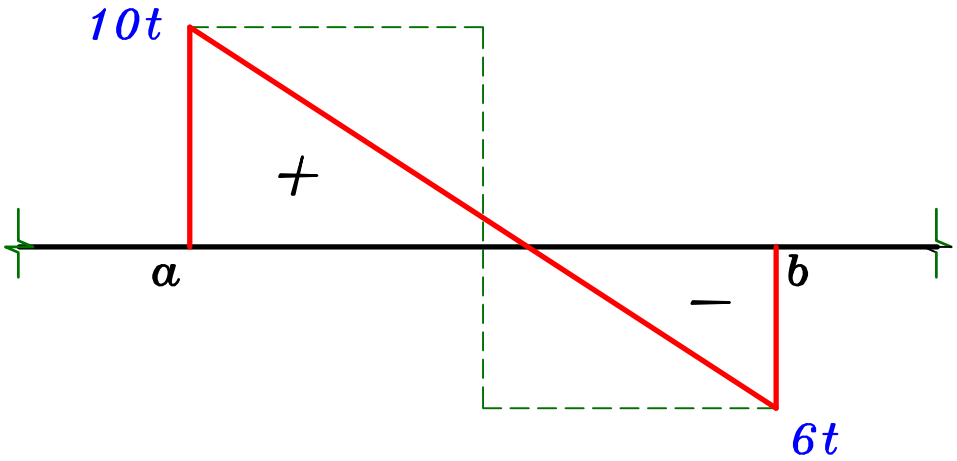
Example :



سنأخذ جزء من كمرة عليها *Dist. load*

نحسب قيمة الـ *Shear* عند بداية الـ *Distributed load*

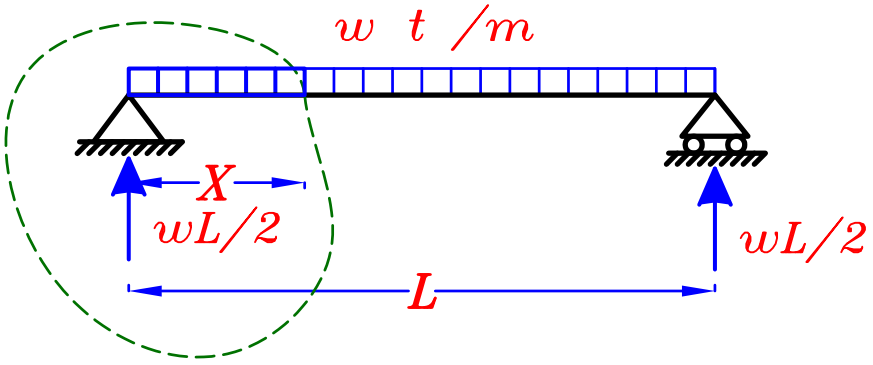
من ناحية الشمال و ليكن $Q = 10t$



S.F.D

© Copyright Eng.Akram Moustafa2013. All copyrights reserved.
Downloading or printing of these notes is allowed for personal use only.
Commercial use of these notes is not allowed. (www.yasserelleathy.com)

اذا أردنا حساب قيمة الـ moment عند Section على بعد (x) من الـ Support الشمال يكون كالتالى :



$$M = wL/2\ (X) - w\ (X)\ (X/2)$$

و بالتالى نجد أن الـ moment سيكون عبارة عن Curve من الدرجة الثانية و للحصول على الـ maximum moment نفاضل المعادلة

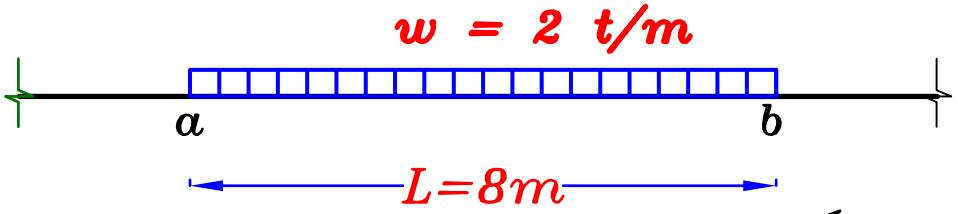
$$dM/dx = wL/2 - w\ (X) = 0 \qquad \therefore\ X = L/2$$

$$M\ max.\ (@X=L/2) = wL/2\ (L/2) - w\ (L/2)\ (L/4)$$

$$M\ max.\ (@X=L/2) = wL^2/8$$

أى أن الـ Dist. load يكون الـ max. moment له فى منتصفه.

© Copyright Eng.Akram Moustafa2013. All copyrights reserved.
Downloading or printing of these notes is allowed for personal use only.
Commercial use of these notes is not allowed. (www.yasserelleathy.com)

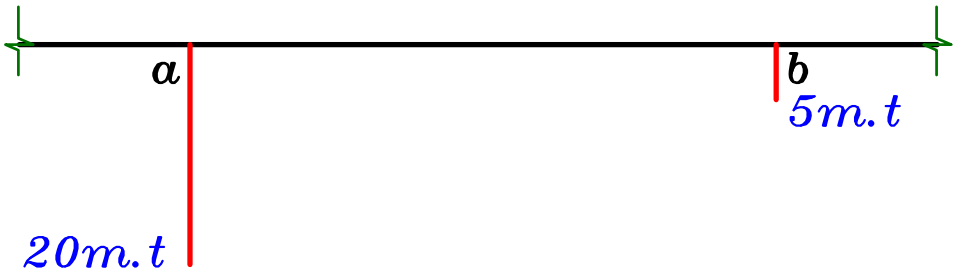


سنأخذ جزء من كمرة عليها Dist. load

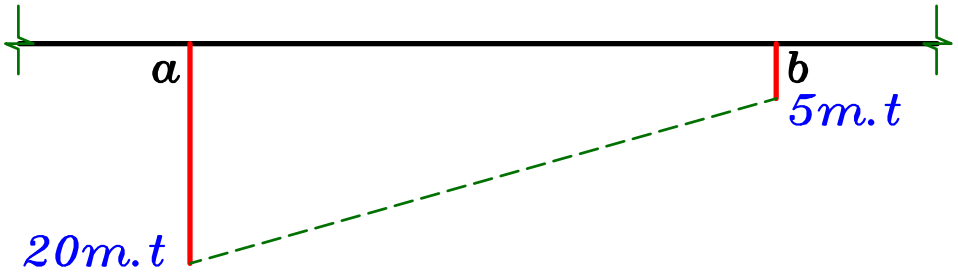
١- نحسب قيمة الـ Moment عند بداية و نهاية الـ Dist. load

و نرسمهم وليكن هاتين القيمتين كالتالى

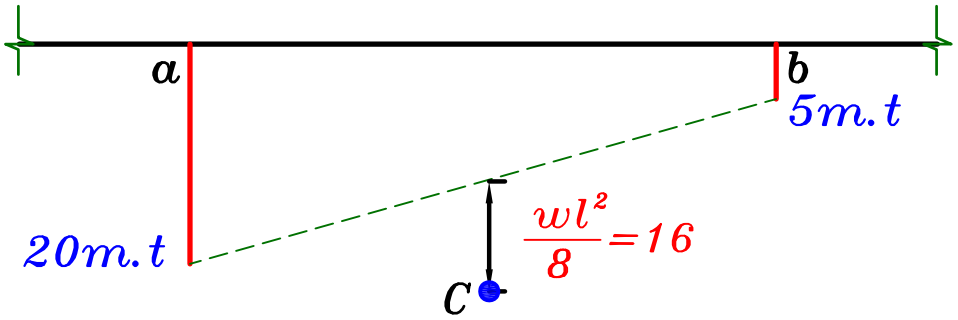
$Ma = +20\ m.t \quad \& \quad M_b = +5\ m.t$



٢- ثم يتم التوصيل بين هاتين القيمتين بخط منقط

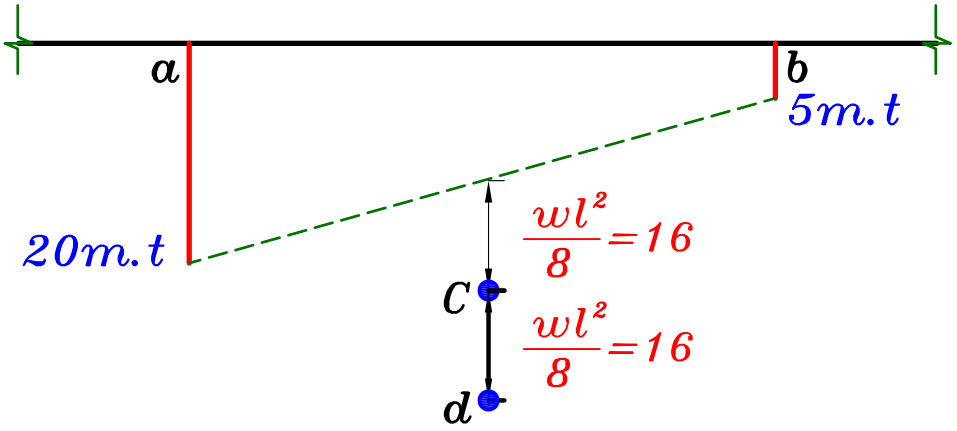


٣- من منتصف الخط المنقط ننزل عمودى على محور الكمرة مسافة قيمتها $\frac{wl^2}{8}$

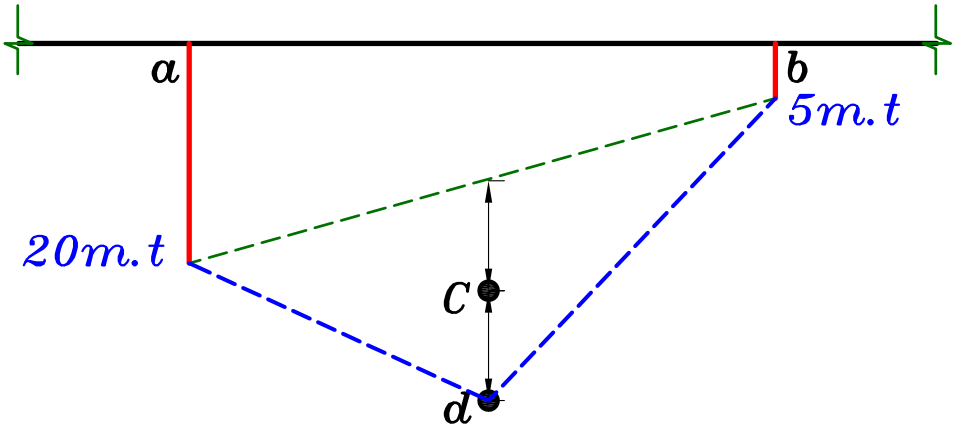


© Copyright Eng.Akram Moustafa2013. All copyrights reserved.
Downloading or printing of these notes is allowed for personal use only.
Commercial use of these notes is not allowed. (www.yasserelleathy.com)

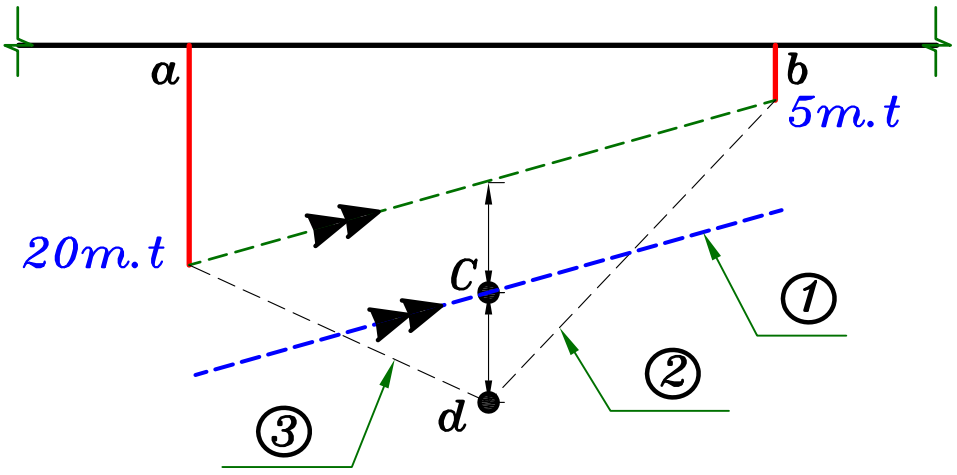
٤- من النقطة السابقة (C) ننزل مسافة أخرى قيمتها $\frac{wl^2}{8}$



٥- من نقطة (d) نوصل خط منقط بقيمتى الـmomentعند بداية و نهاية الـ Dist. load



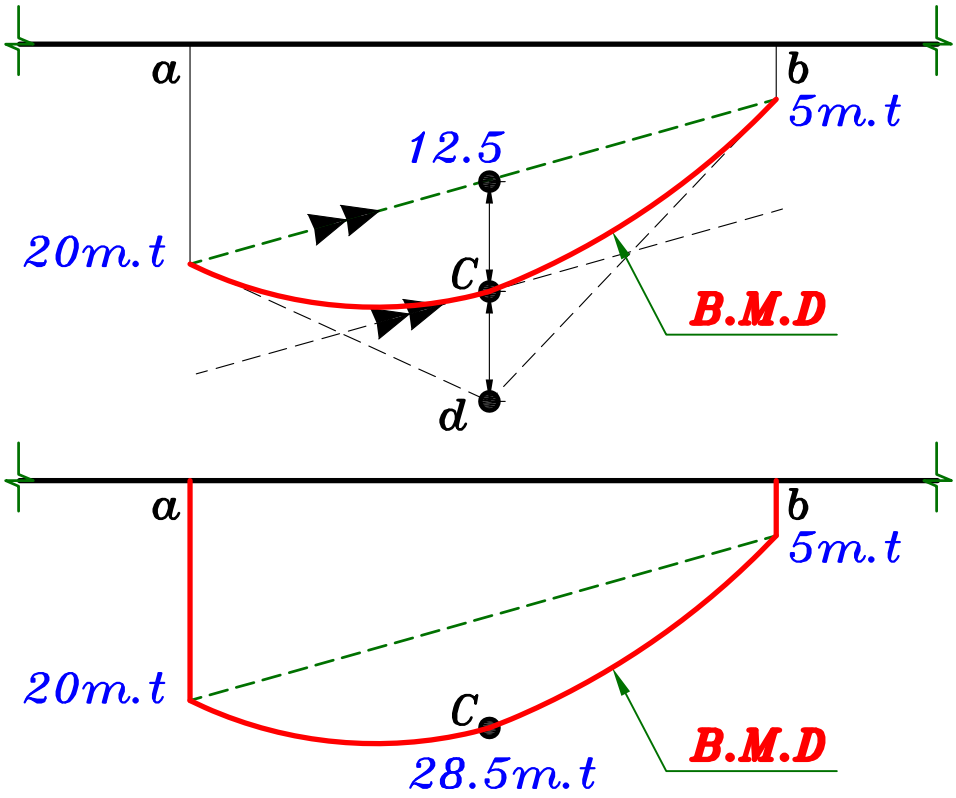
٦- من نقطة (C) نرسم خط موازى للخط الواصل بين قيمتى الـ moment فى بداية و نهاية الـ Dist. load و بذلك يكون لدينا ثلاثة مماسات لـ Curve الـ moment



© Copyright Eng.Akram Moustafa2013. All copyrights reserved.
Downloading or printing of these notes is allowed for personal use only.
Commercial use of these notes is not allowed. (www.yasserelleathy.com)

٧- نوصل بين قيمتى الـ *moment* و نقطة *(C)* بـ *Curve(Parabola)*

ويكون هو الـ *B.M.D*



© Copyright Eng.Akram Moustafa2013. All copyrights reserved.
Downloading or printing of these notes is allowed for personal use only.
Commercial use of these notes is not allowed. (www.yasserelleathy.com)

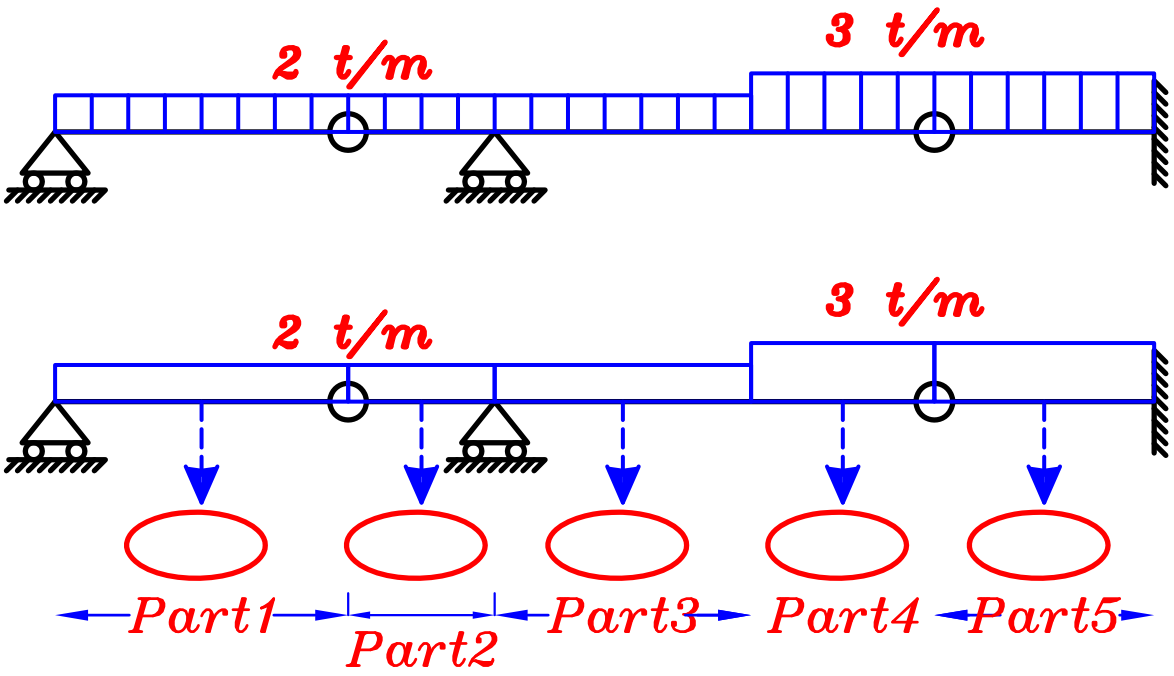
خد بالك

فى حالة وجود *Uniform load* يجب تقسيمه الى مجموعة من الـ *Uniform loads* فى هذه الحالات

١- تغير قيمته

٢- وجود حمل مركز او عزم مركز عند أى نقطة على الـ *Uniform load*

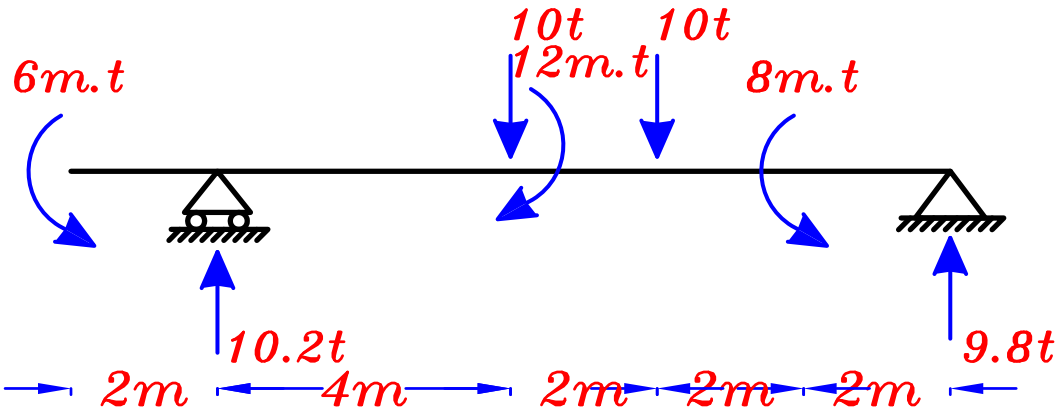
٣- وجود *Intermediate hinge* او *Support* فى عند أى نقطة على الـ *Uniform load*



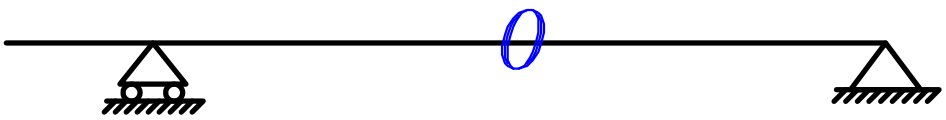
© Copyright Eng.Akram Moustafa2013. All copyrights reserved.
Downloading or printing of these notes is allowed for personal use only.
Commercial use of these notes is not allowed. (www.yasserelleathy.com)

Example :

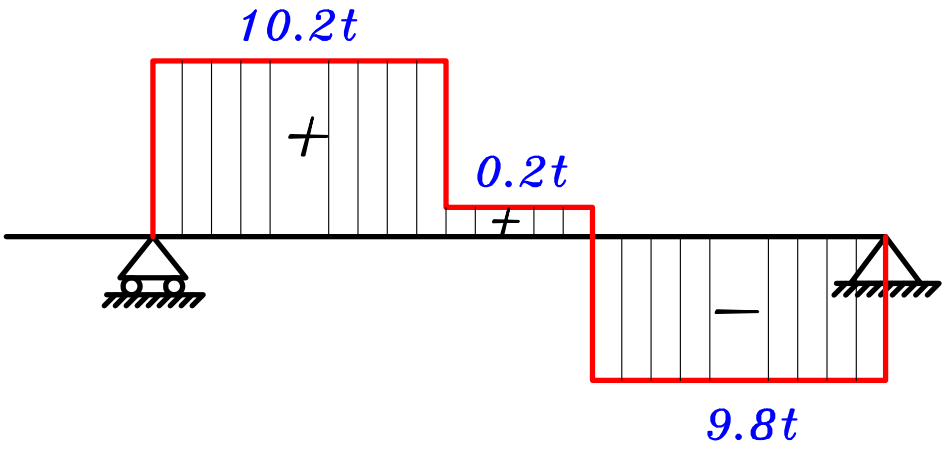
For the shown beam draw N.F.D , S.F.D & B.M.D.



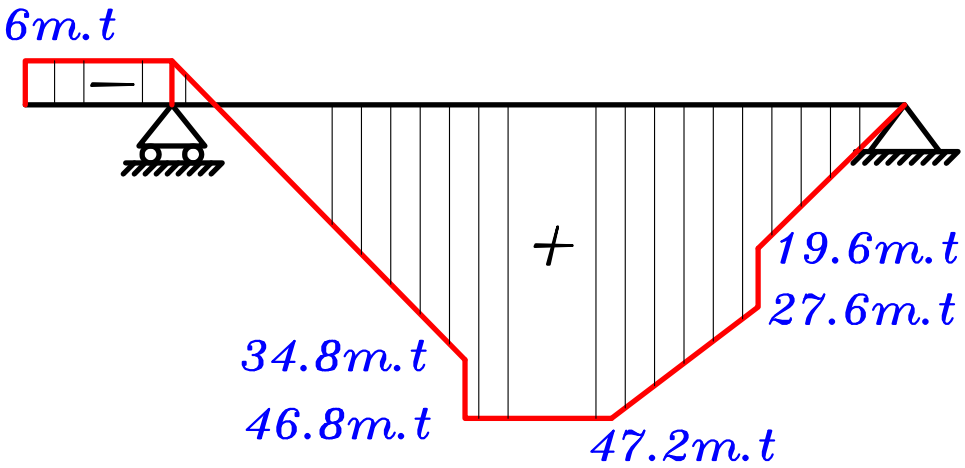
N.F.D



S.F.D



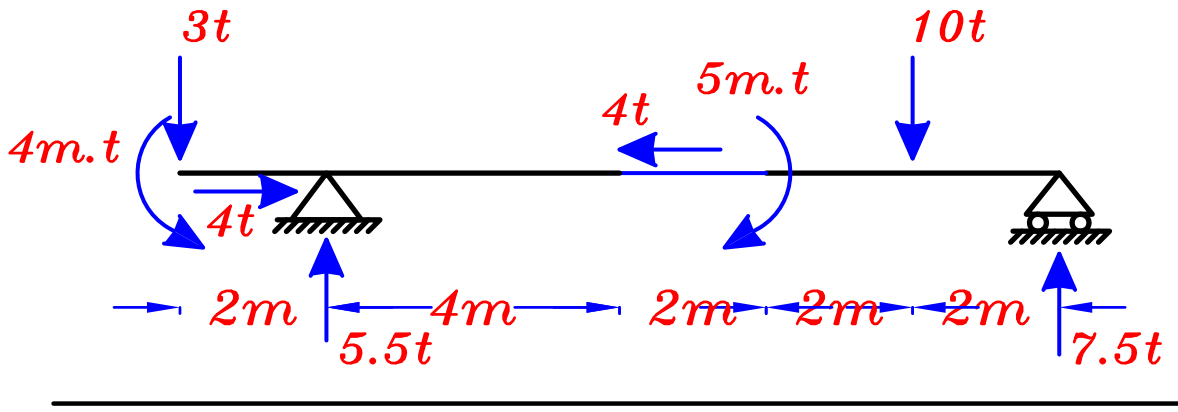
B.M.D



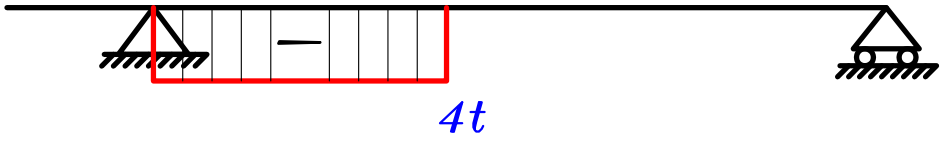
© Copyright Eng.Akram Moustafa2013. All copyrights reserved.
Downloading or printing of these notes is allowed for personal use only.
Commercial use of these notes is not allowed. (www.yasserelleathy.com)

Example :

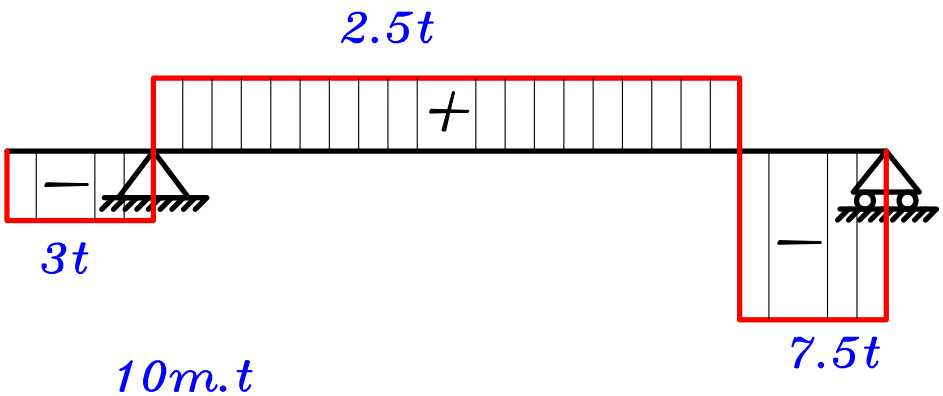
For the shown beam draw N.F.D , S.F.D & B.M.D.



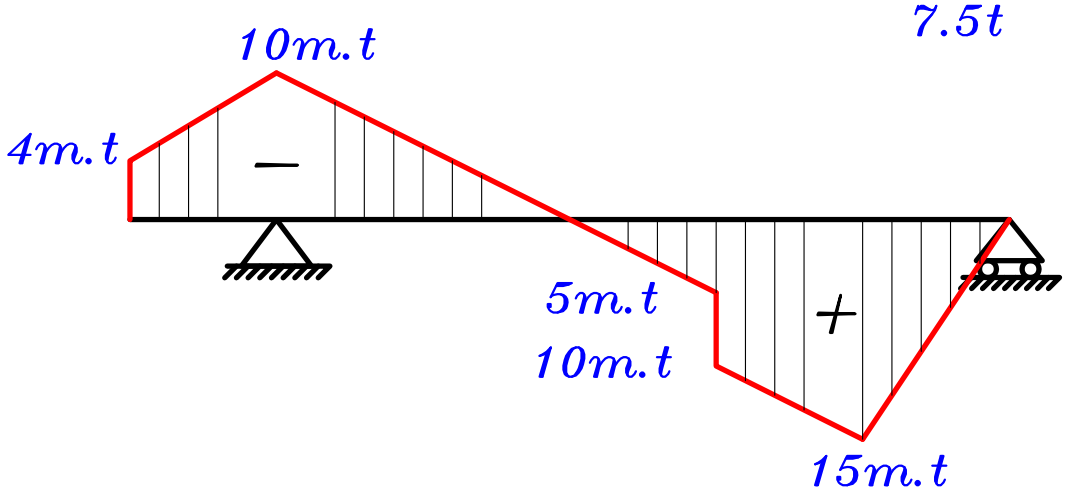
N.F.D



S.F.D



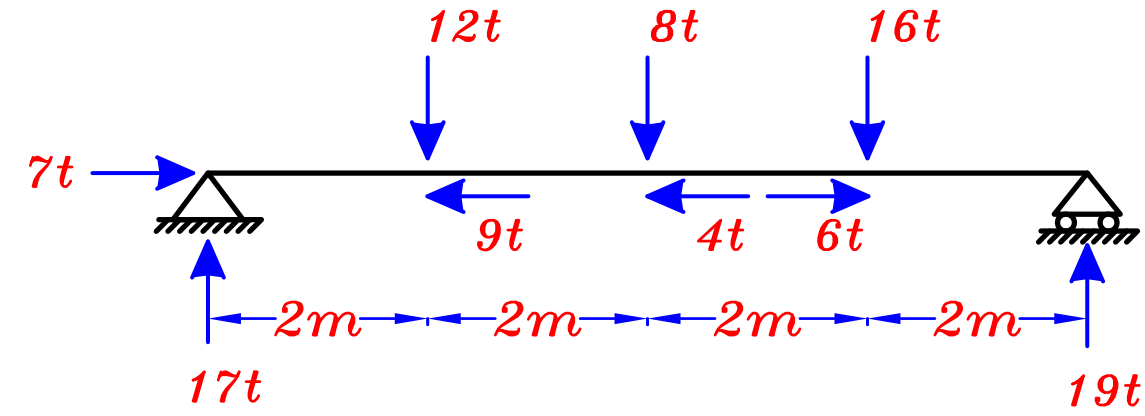
B.M.D

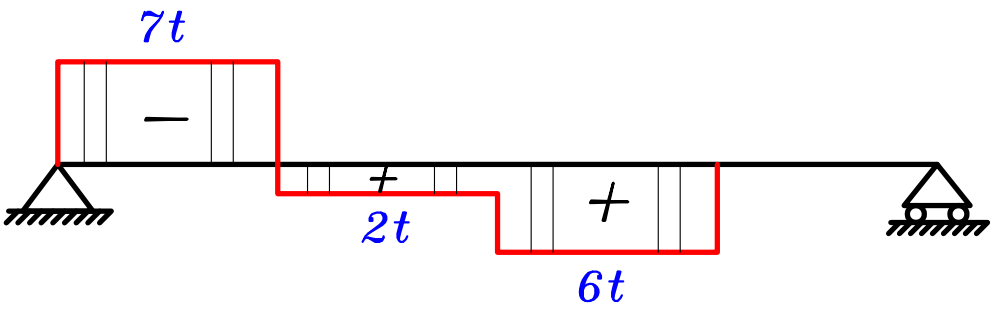


© Copyright Eng.Akram Moustafa2013. All copyrights reserved.
Downloading or printing of these notes is allowed for personal use only.
Commercial use of these notes is not allowed. (www.yasserelleathy.com)

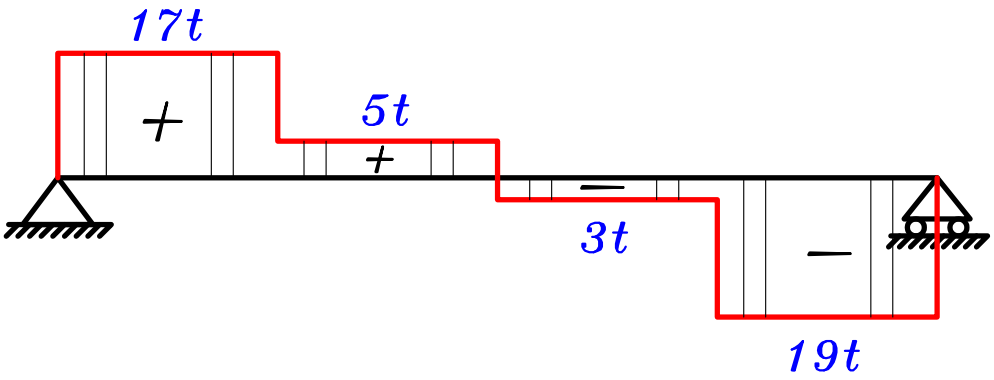
Example :

For the shown beam draw N.F.D , S.F.D & B.M.D.



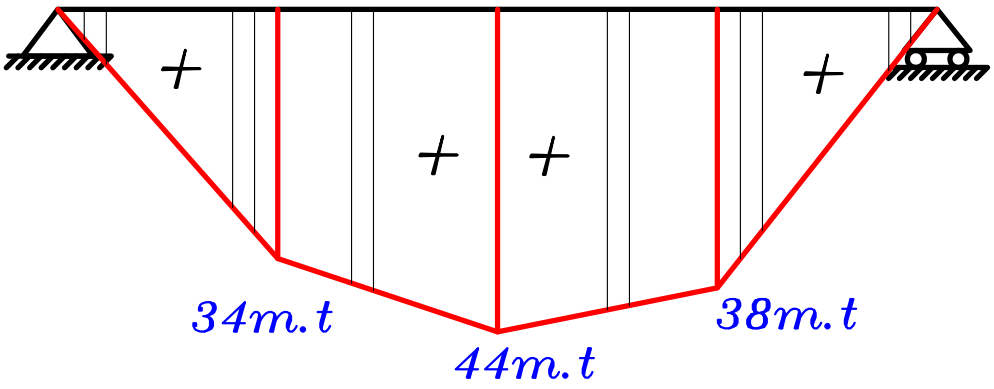


N.F.D



S.F.D

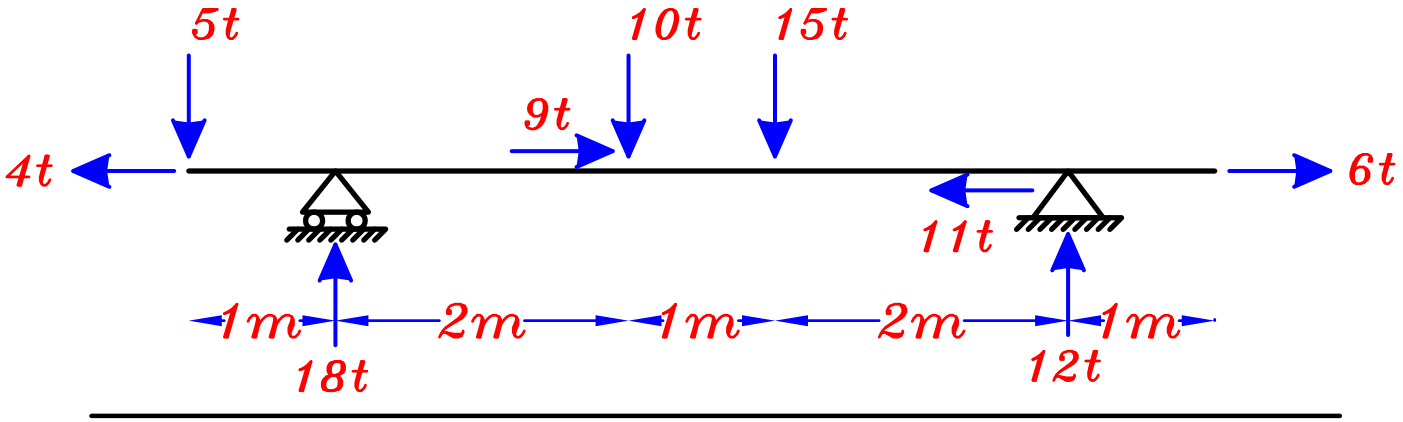
B.M.D

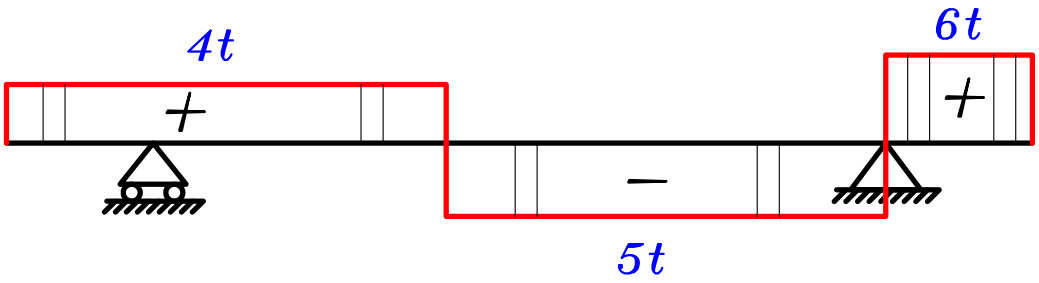


© Copyright Eng.Akram Moustafa2013. All copyrights reserved.
Downloading or printing of these notes is allowed for personal use only.
Commercial use of these notes is not allowed. (www.yasserelleathy.com)

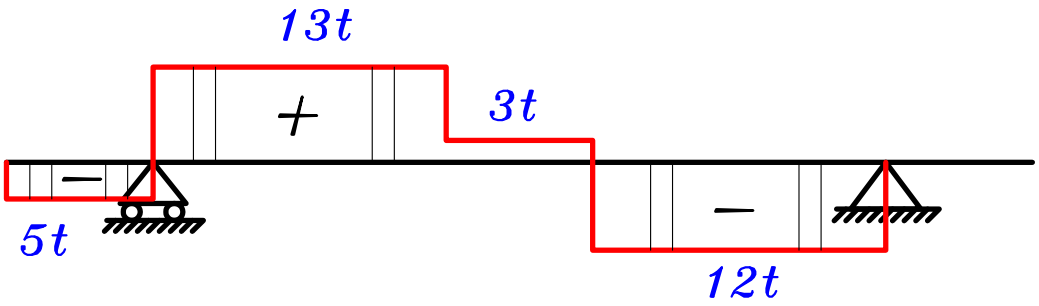
Example :

For the shown beam draw N.F.D , S.F.D & B.M.D.

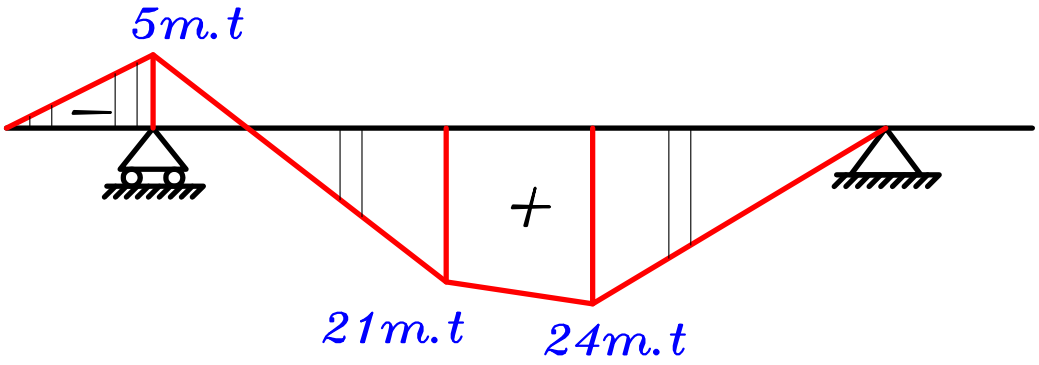




N.F.D



S.F.D

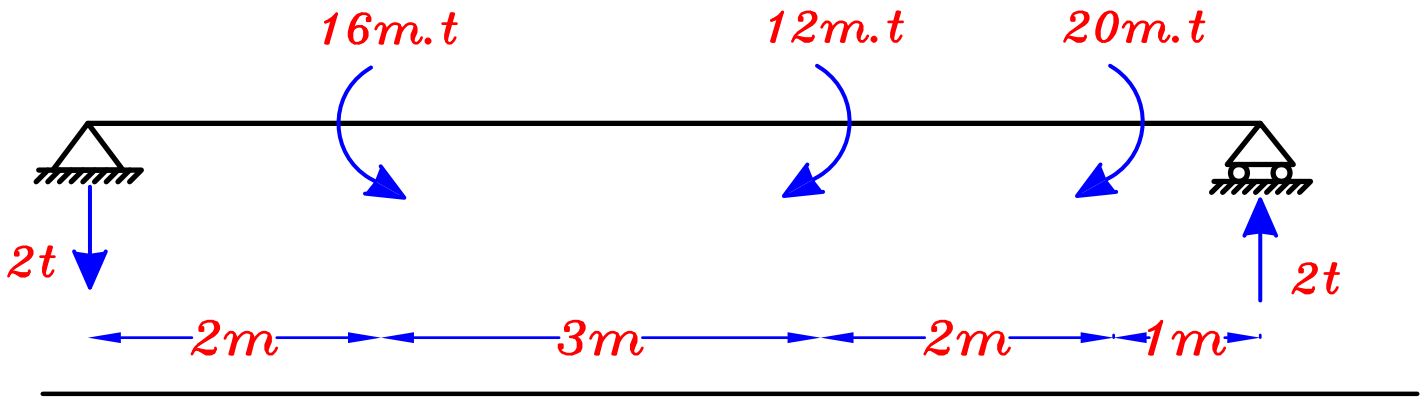


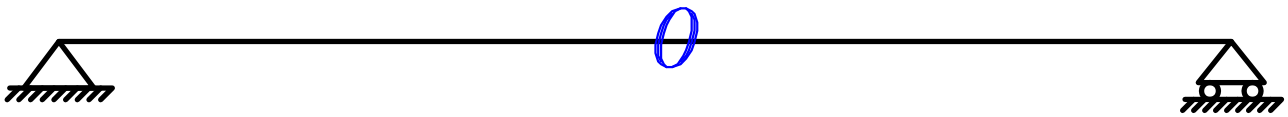
B.M.D

© Copyright Eng.Akram Moustafa2013. All copyrights reserved.
Downloading or printing of these notes is allowed for personal use only.
Commercial use of these notes is not allowed. (www.yasserelleathy.com)

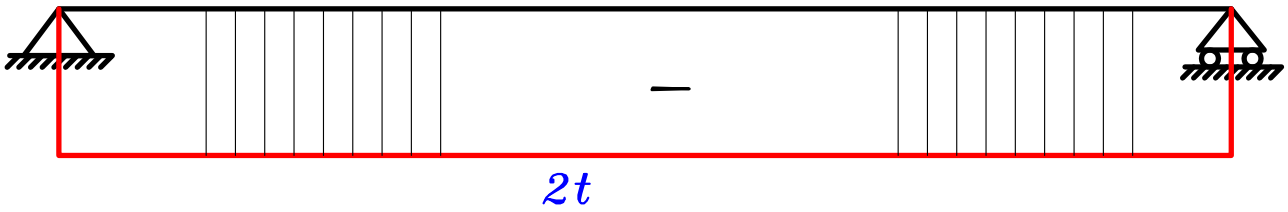
Example :

For the shown beam draw N.F.D , S.F.D & B.M.D.

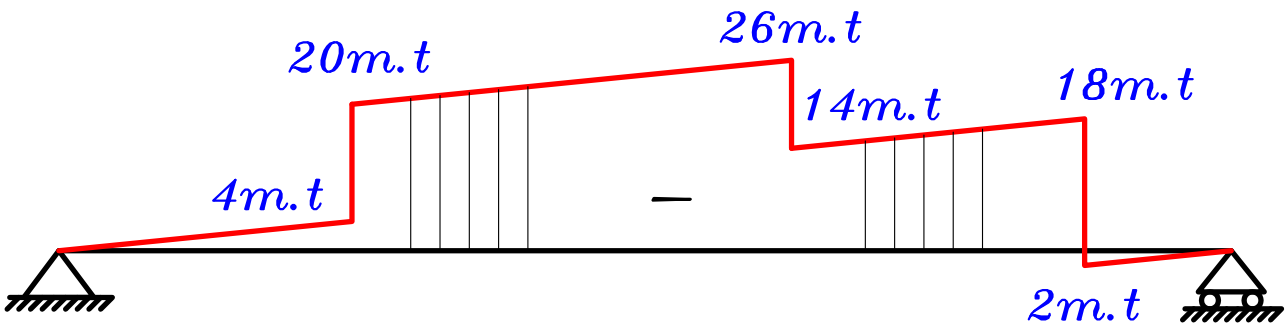




N.F.D



S.F.D

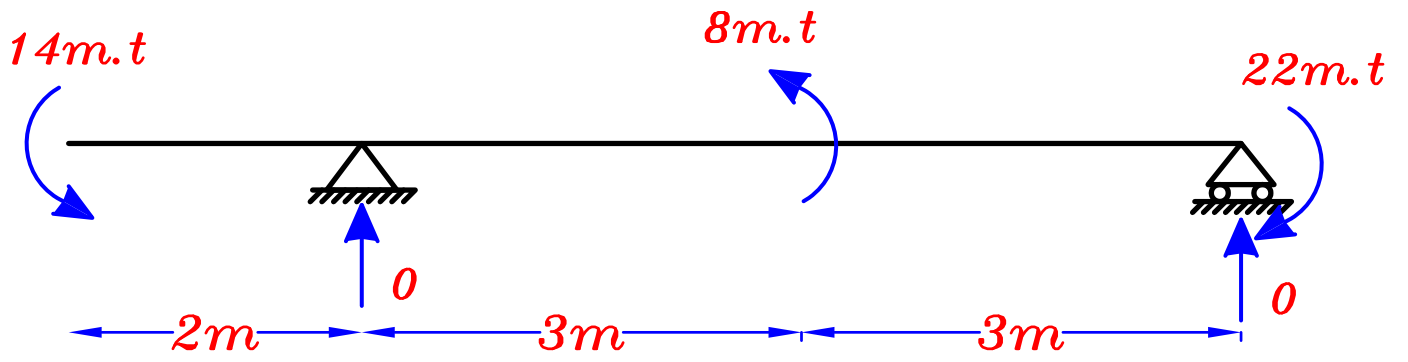


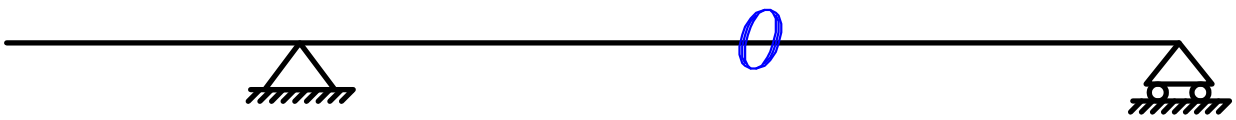
B.M.D

© Copyright Eng.Akram Moustafa2013. All copyrights reserved.
Downloading or printing of these notes is allowed for personal use only.
Commercial use of these notes is not allowed. (www.yasserelleathy.com)

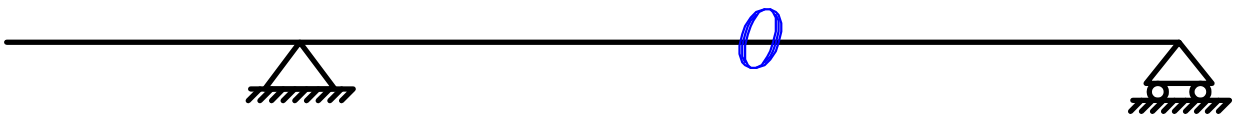
Example :

For the shown beam draw N.F.D , S.F.D & B.M.D.

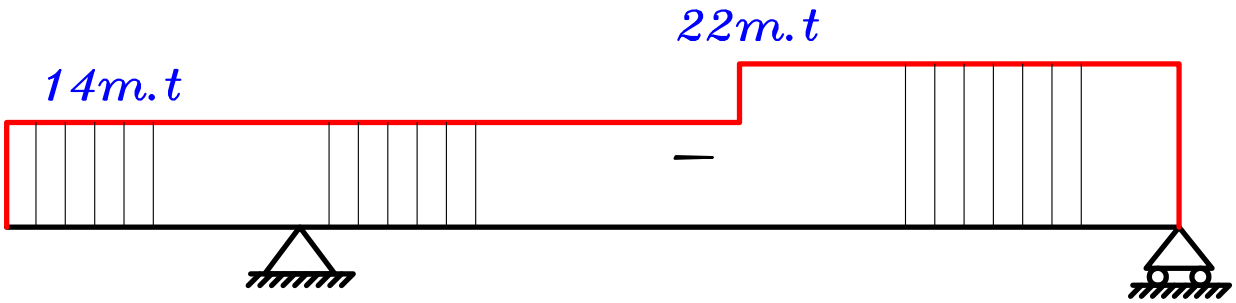




N.F.D



S.F.D

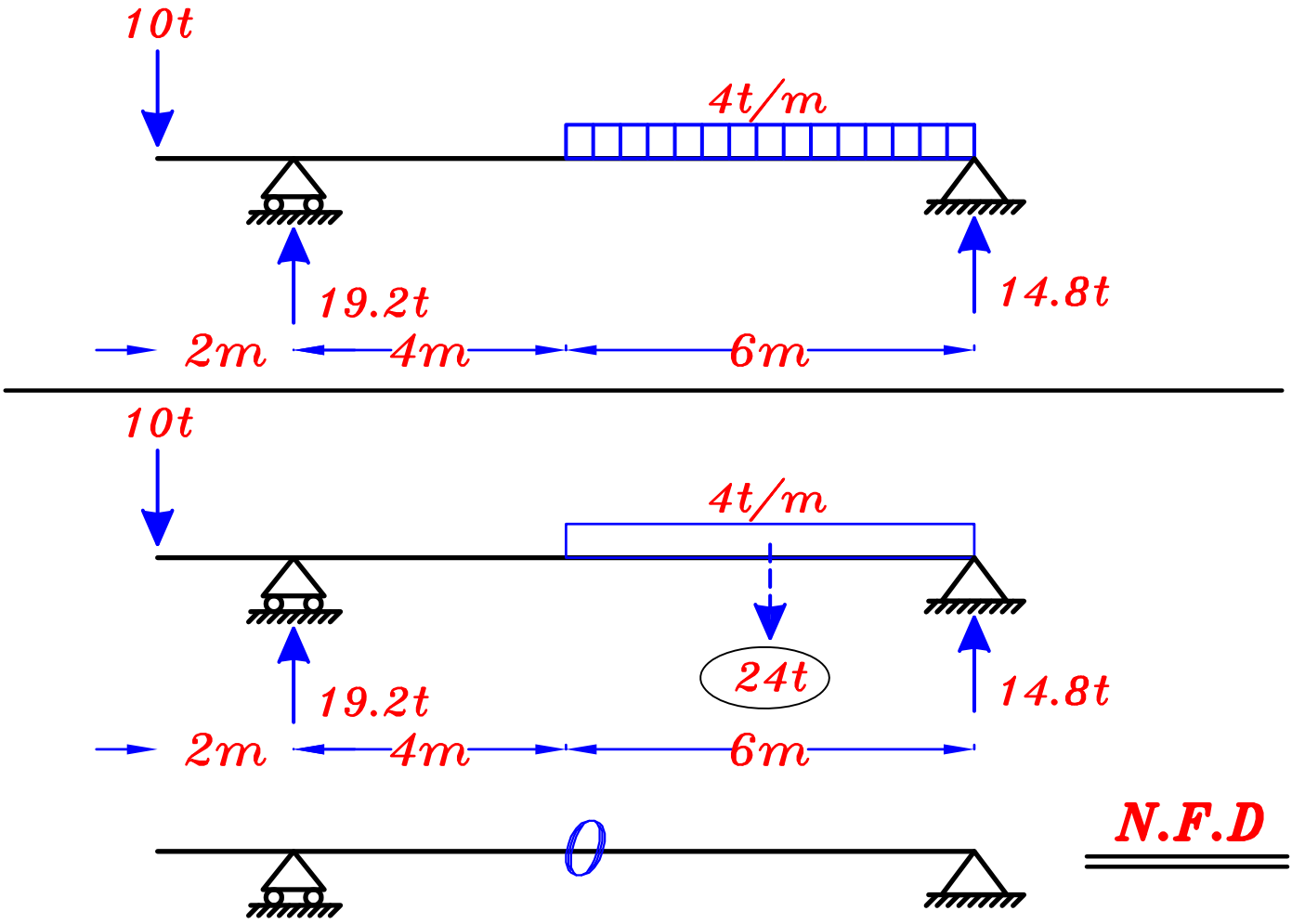


B.M.D

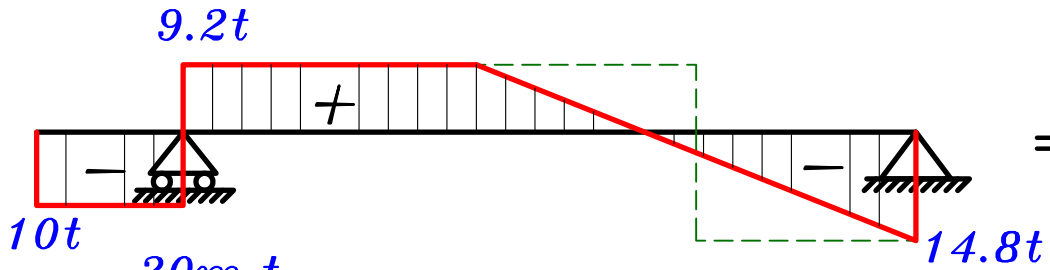
© Copyright Eng.Akram Moustafa2013. All copyrights reserved.
Downloading or printing of these notes is allowed for personal use only.
Commercial use of these notes is not allowed. (www.yasserelleathy.com)

Example :

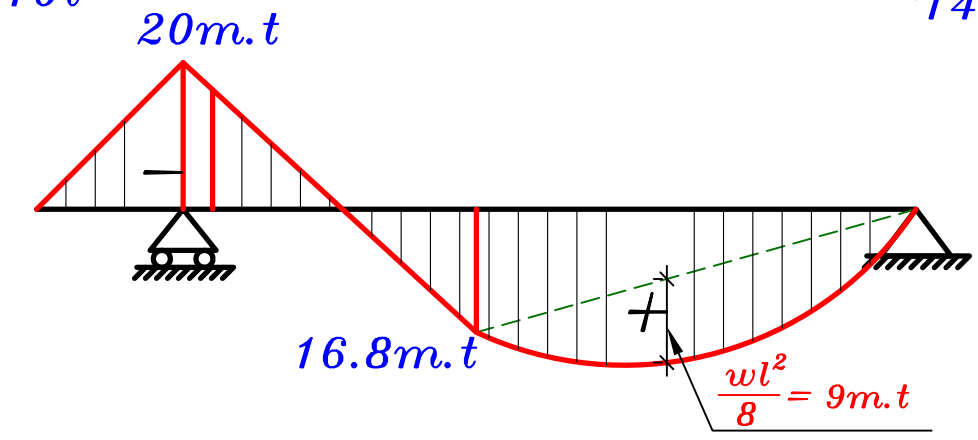
For the shown beam draw N.F.D , S.F.D & B.M.D.



N.F.D



S.F.D

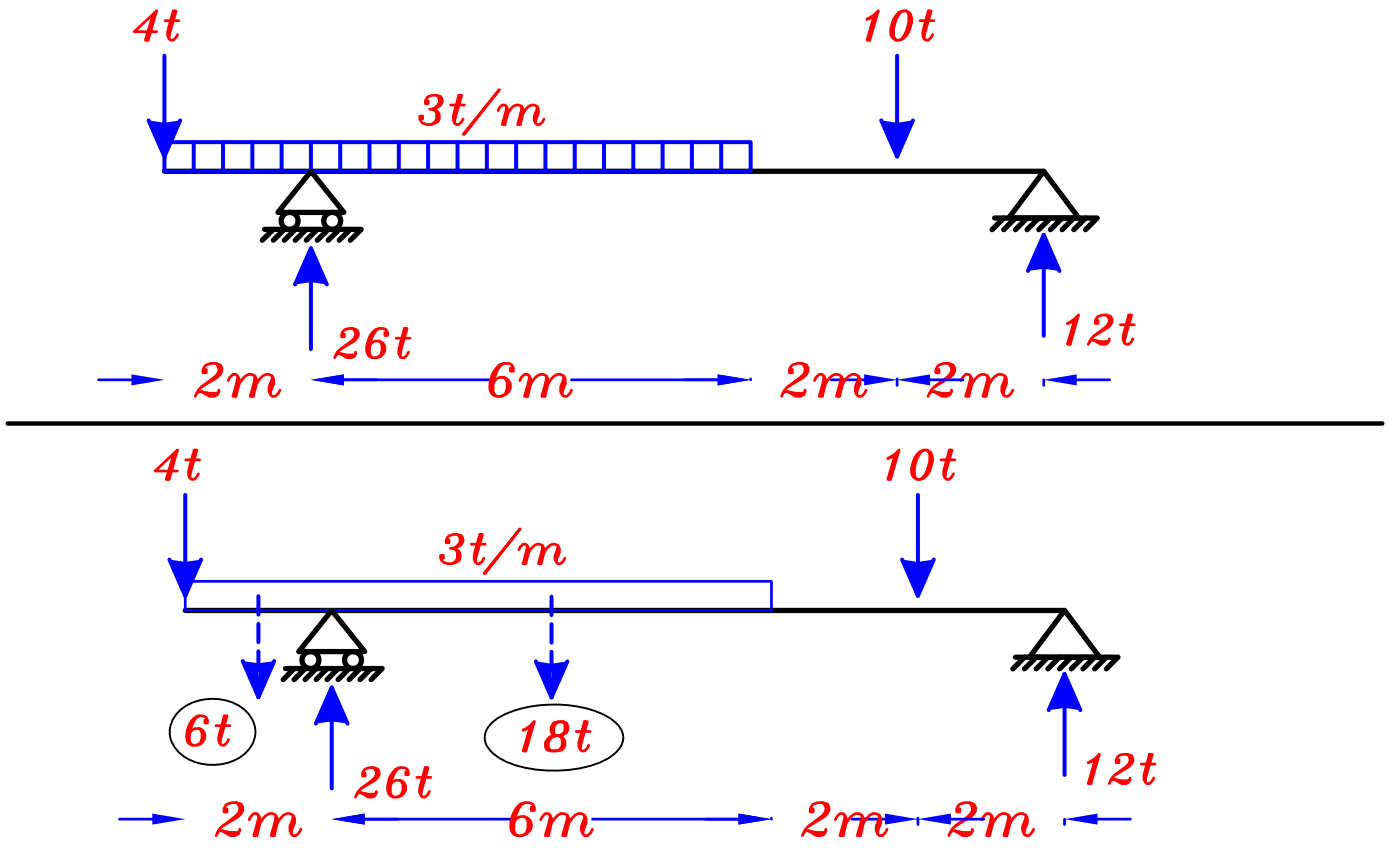


B.M.D

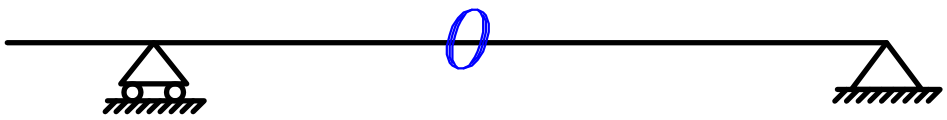
© Copyright Eng.Akram Moustafa2013. All copyrights reserved.
Downloading or printing of these notes is allowed for personal use only.
Commercial use of these notes is not allowed. (www.yasserelleathy.com)

Example :

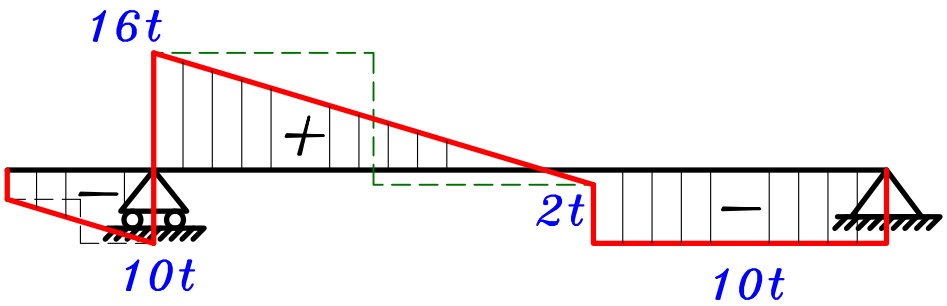
For the shown beam draw N.F.D , S.F.D & B.M.D.



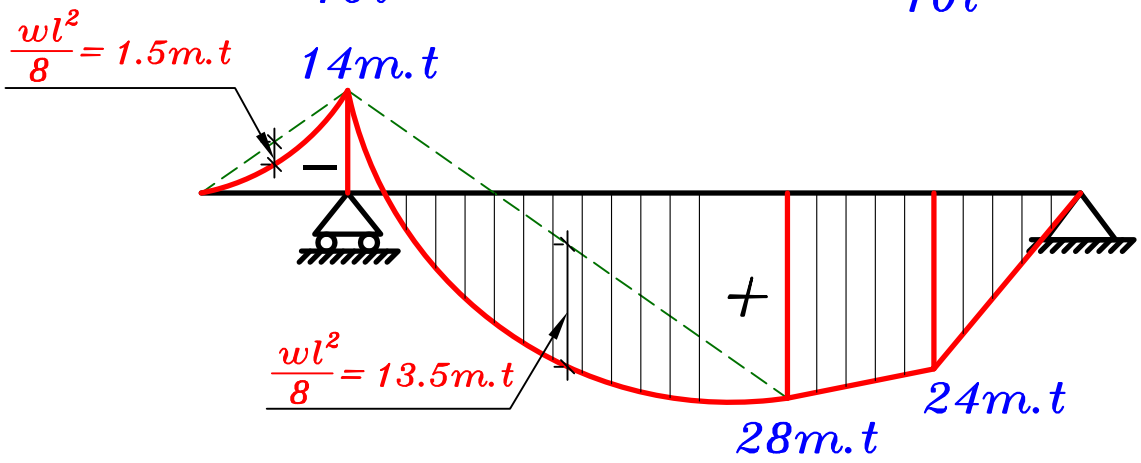
N.F.D



S.F.D



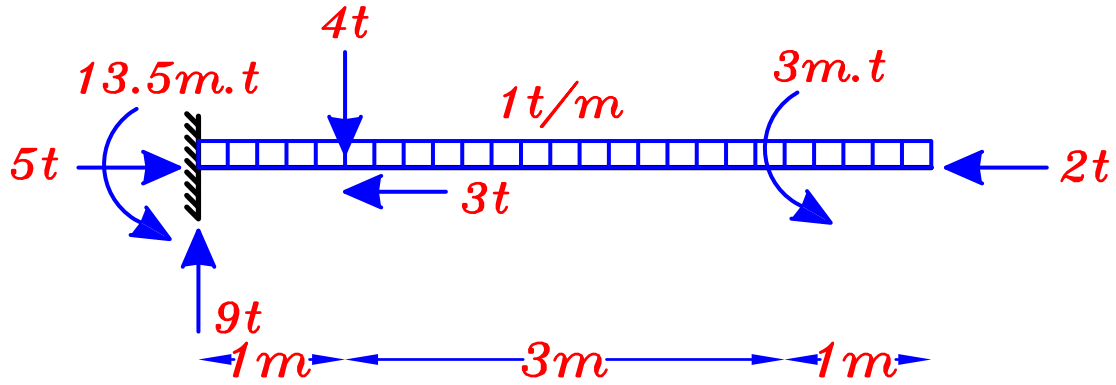
B.M.D

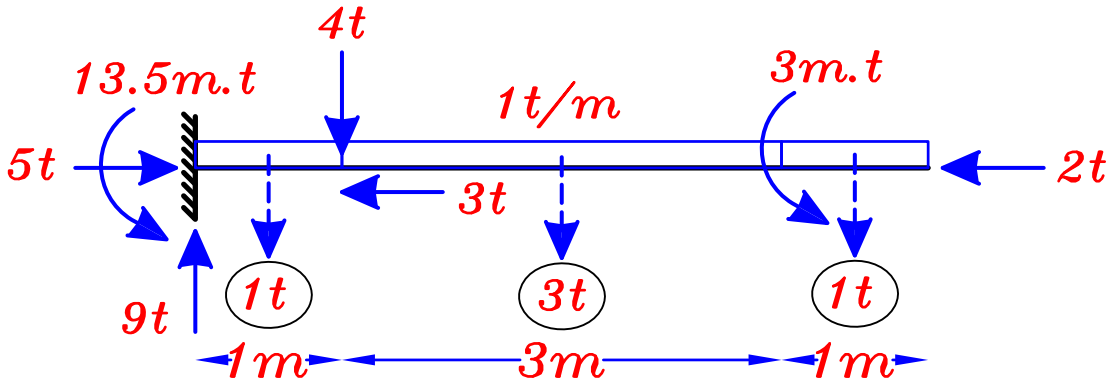


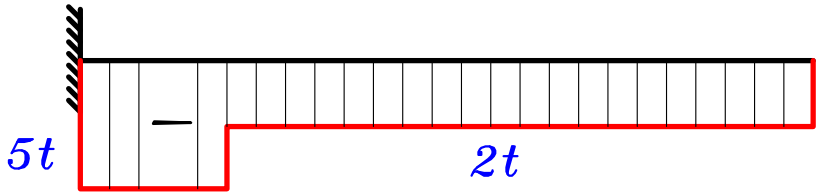
© Copyright Eng.Akram Moustafa2013. All copyrights reserved.
Downloading or printing of these notes is allowed for personal use only.
Commercial use of these notes is not allowed. (www.yasserelleathy.com)

Example :

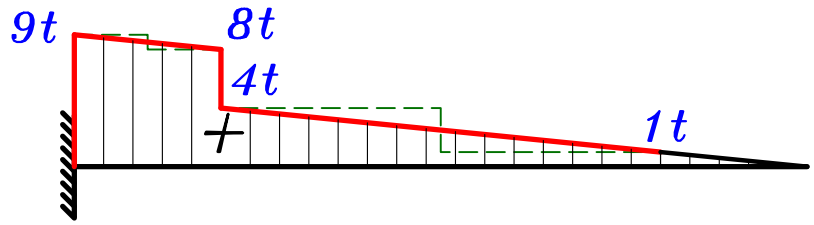
For the shown beam draw N.F.D , S.F.D & B.M.D.



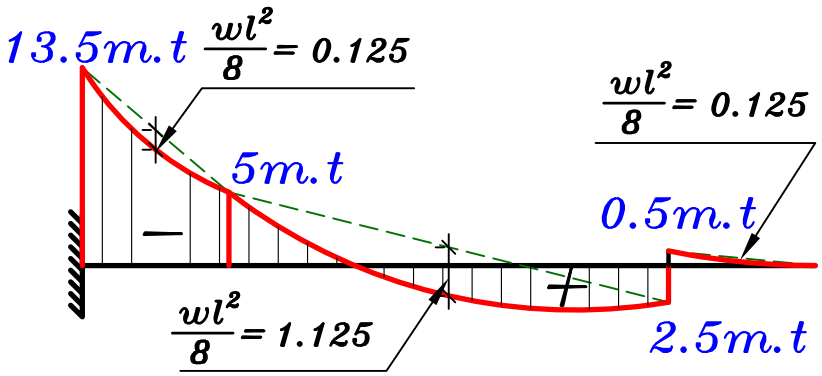




N.F.D



S.F.D

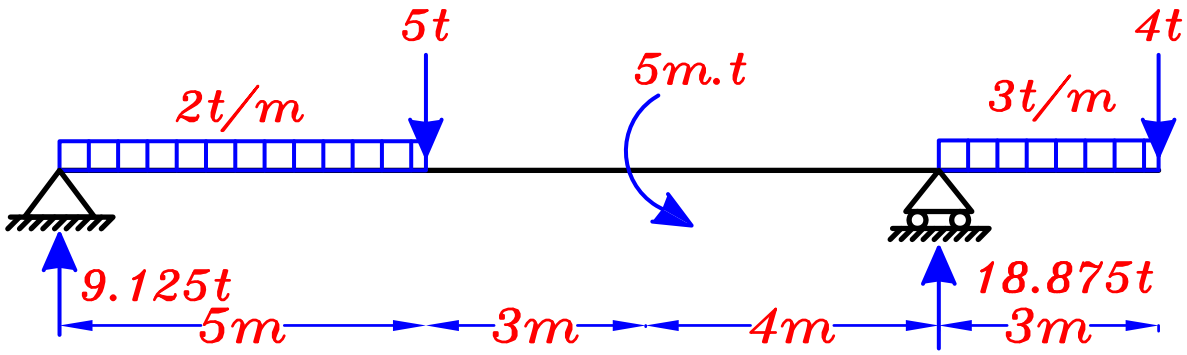


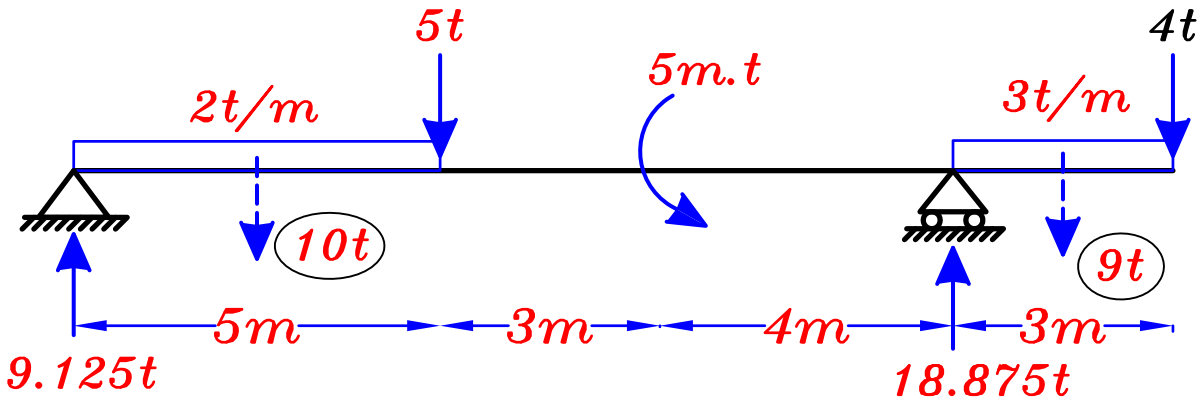
B.M.D

© Copyright Eng.Akram Moustafa2013. All copyrights reserved.
Downloading or printing of these notes is allowed for personal use only.
Commercial use of these notes is not allowed. (www.yasserelleathy.com)

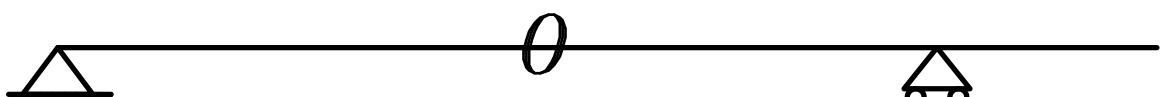
Example :

For the shown beam draw N.F.D , S.F.D & B.M.D.

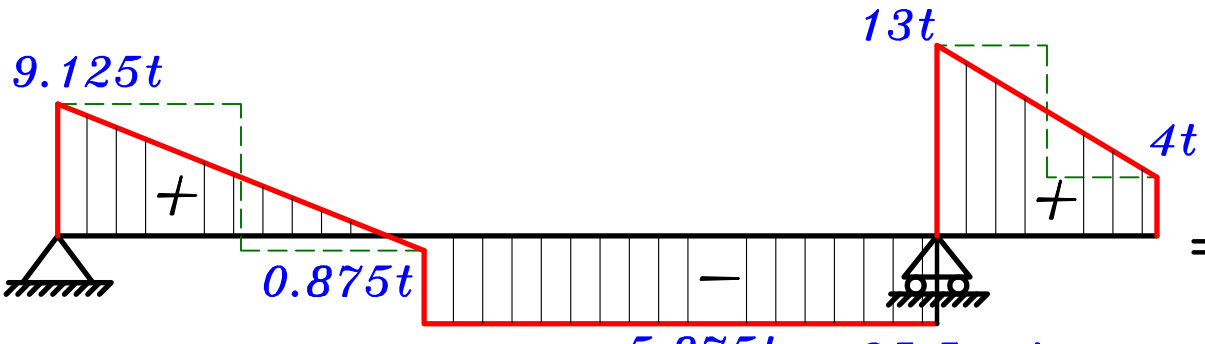




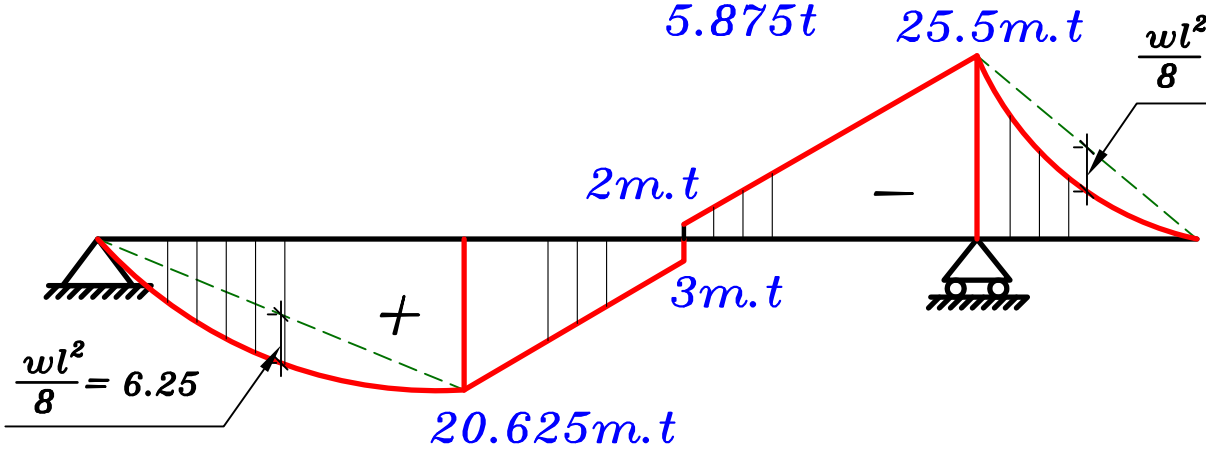
N.F.D



S.F.D



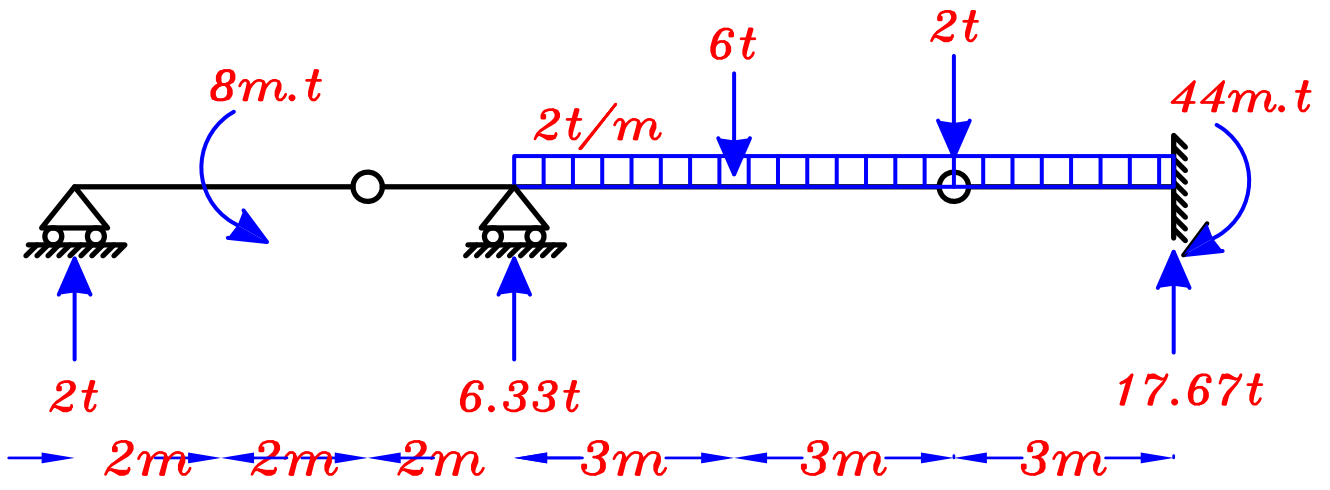
B.M.D

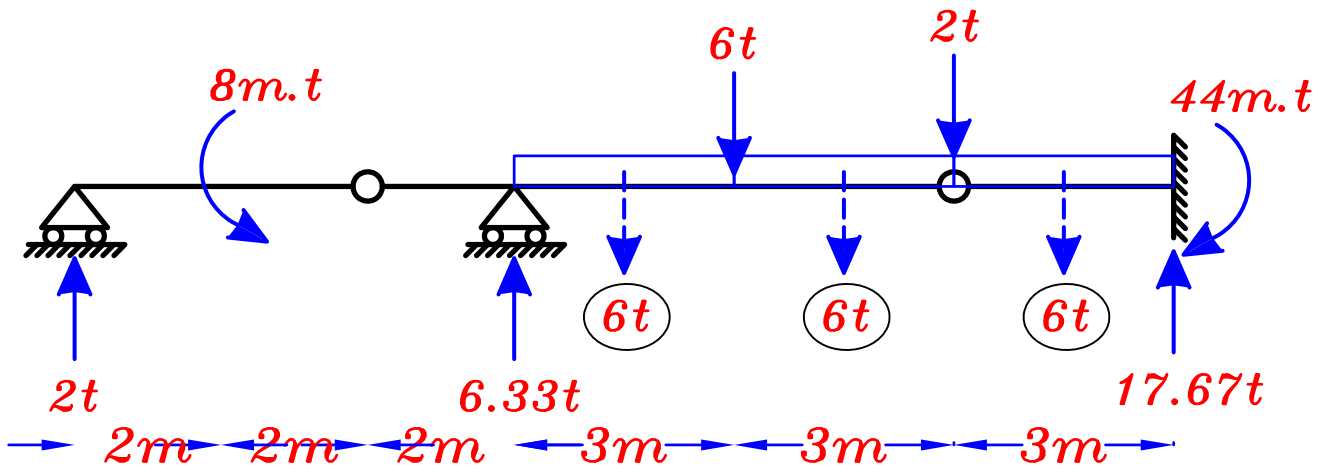


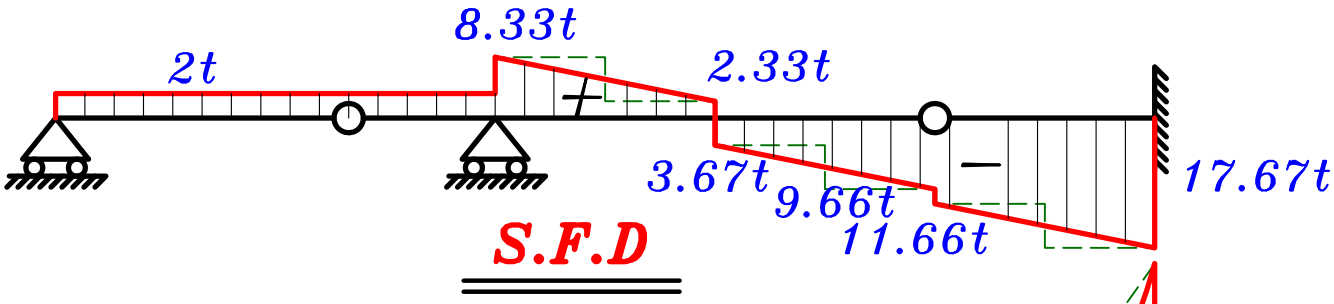
© Copyright Eng.Akram Moustafa2013. All copyrights reserved.
Downloading or printing of these notes is allowed for personal use only.
Commercial use of these notes is not allowed. (www.yasserelleathy.com)

Example :

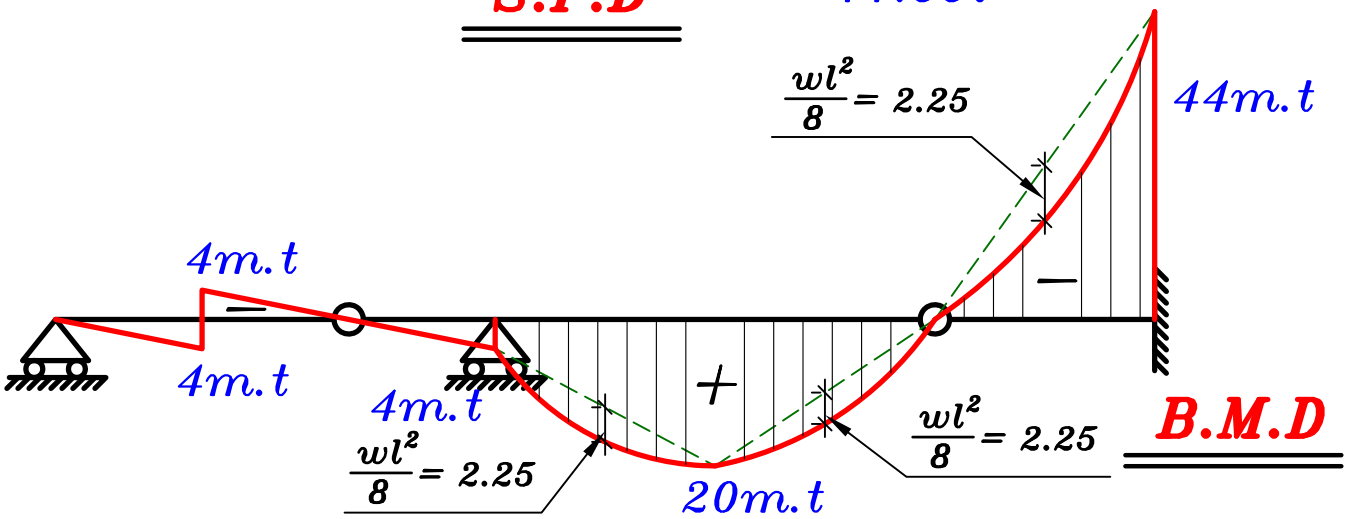
For the shown beam draw N.F.D , S.F.D & B.M.D.







S.F.D

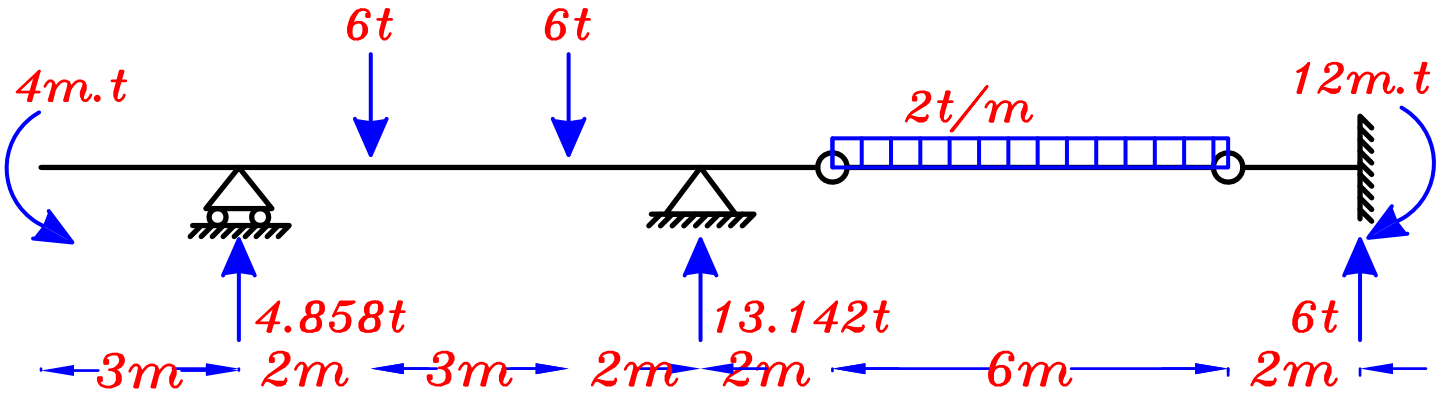


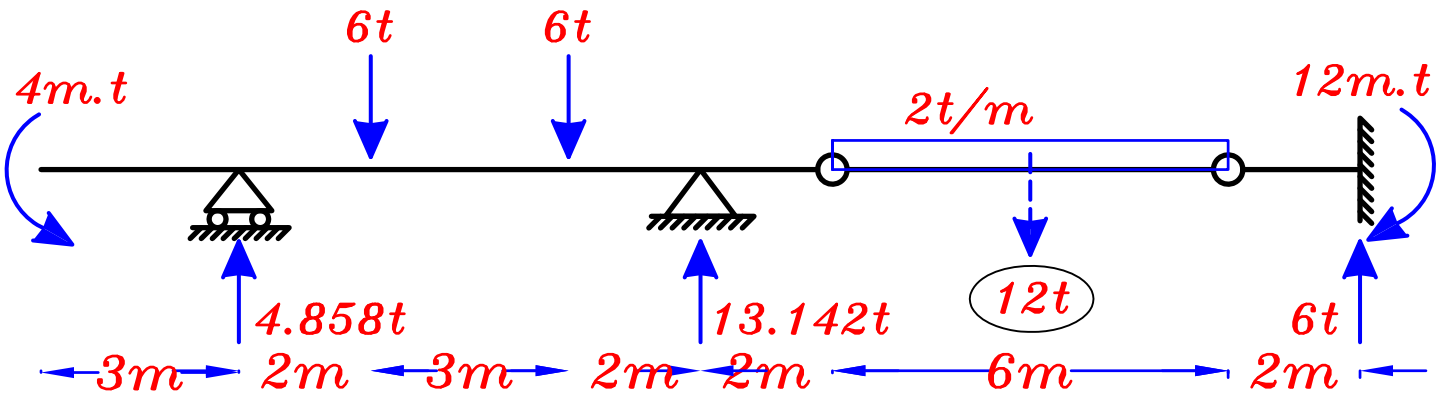
B.M.D

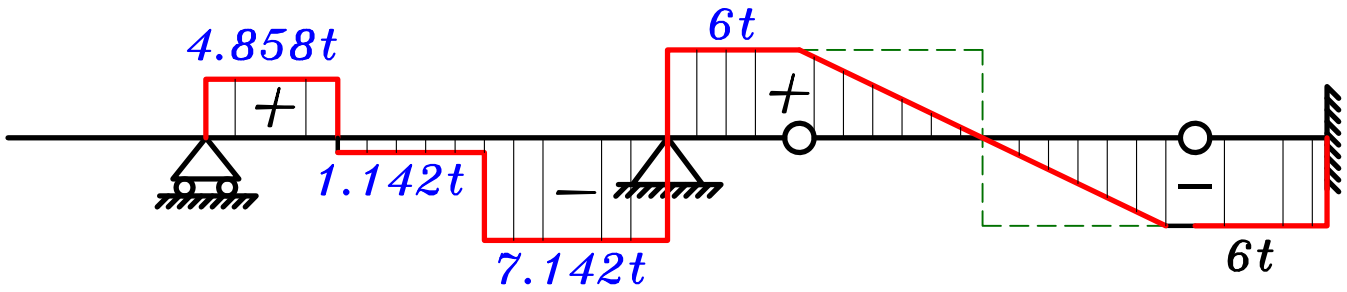
© Copyright Eng.Akram Moustafa2013. All copyrights reserved.
Downloading or printing of these notes is allowed for personal use only.
Commercial use of these notes is not allowed. (www.yasserelleathy.com)

Example :

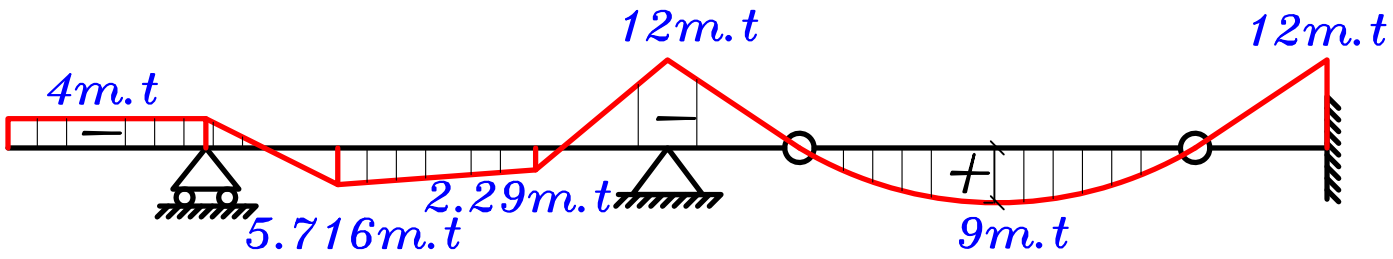
For the shown beam draw N.F.D , S.F.D & B.M.D.







S.F.D

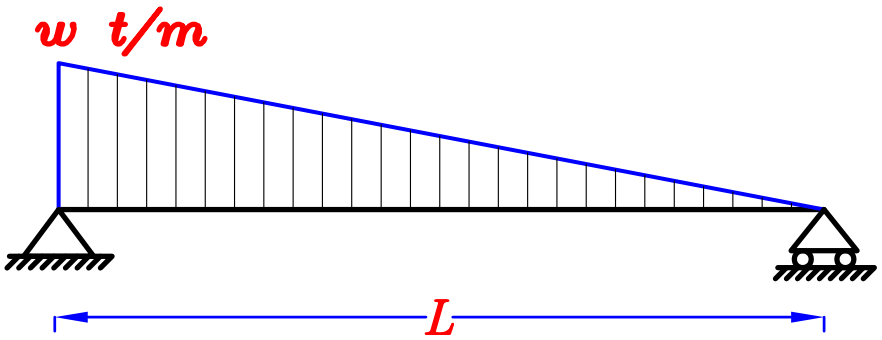


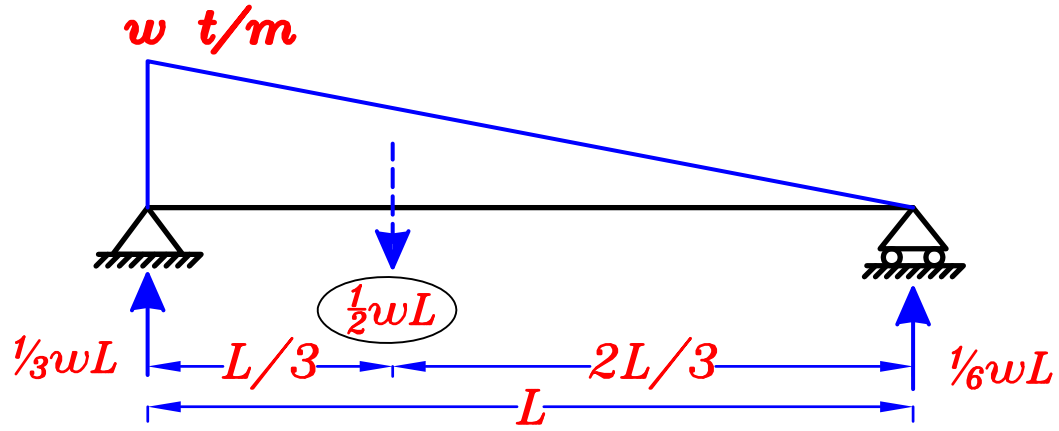
B.M.D

© Copyright Eng.Akram Moustafa2013. All copyrights reserved.
Downloading or printing of these notes is allowed for personal use only.
Commercial use of these notes is not allowed. (www.yasserelleathy.com)

DISTRIBUTED LOAD

Non uniform load :





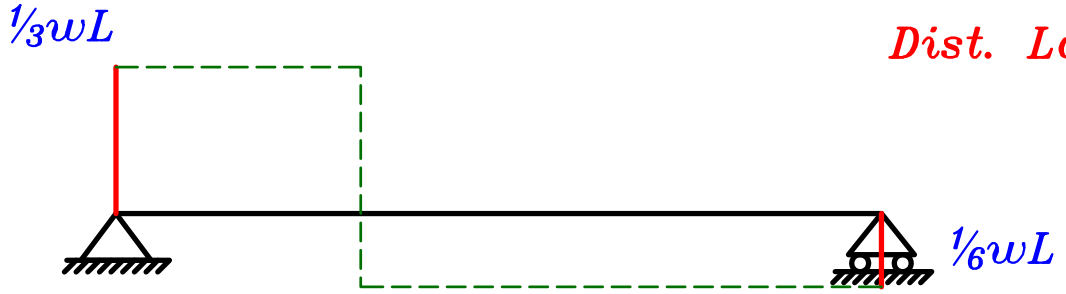
لرسم الـ **S.F.D** فى حالة الحمل المثلث يتم اتباع الاتى :

لو بنرسم من الشمال

١- يتم حساب الـ *Shear Force* فى بداية الحمل المثلث و رسمه

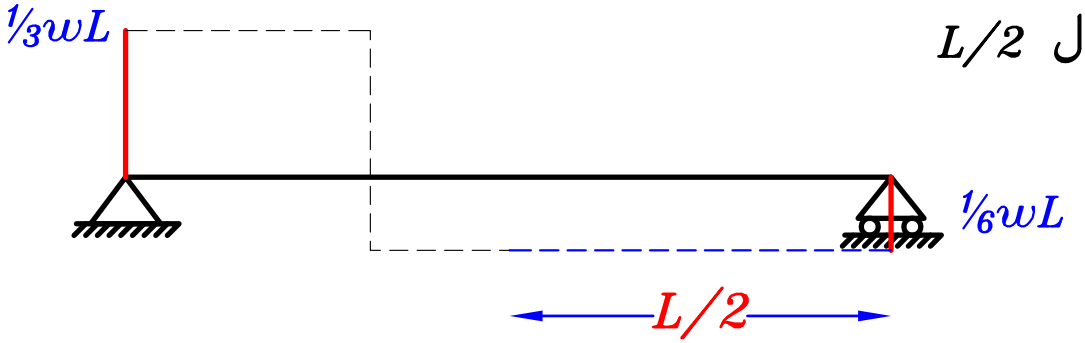
© Copyright Eng.Akram Moustafa2013. All copyrights reserved.
Downloading or printing of these notes is allowed for personal use only.
Commercial use of these notes is not allowed. (www.yasserelleathy.com)

٢- نمشى بخط منقط من قيمة الـ *Shear* عند بداية الـ *Dist. Load*
و عند المحصلة ننزل قيمتها ثم نمشى بخط منقط حتى نهاية
الـ *Dist. Load* فتكون هذه هى قيمة الـ*Shear* عند نهاية
الـ *Dist. Load*

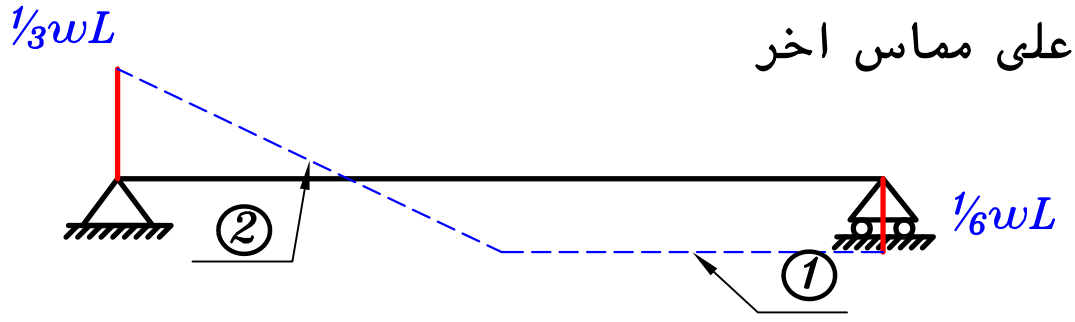


$$\tfrac{1}{3}wL - \tfrac{1}{2}wL = -\tfrac{1}{6}wL$$

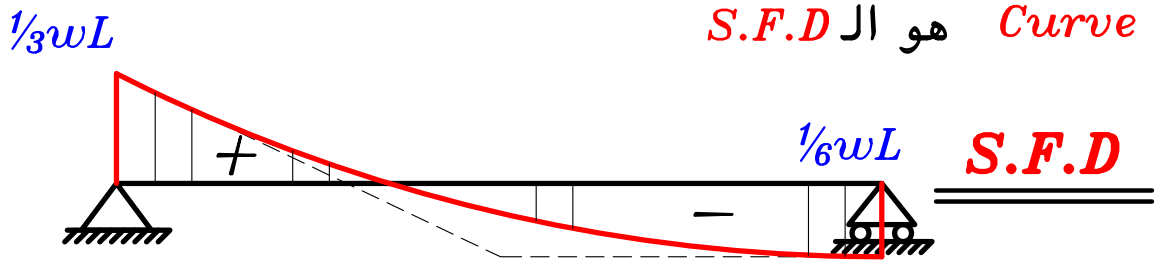
٣- يتم رسم مماس افقى من قيمة الـ *S.F.D* عند رأس المثلث
و بطول *L/2*



٤- يتم توصيل قيمة الـ *S.F.D* عند قاعدة المثلث بنهاية المماس الافقى
فنحصل على مماس اخر



٥- يتم رسم *Curve* بحيث يمس المماسان السابقان فيكون هذا
الـ *Curve* هو الـ *S.F.D*

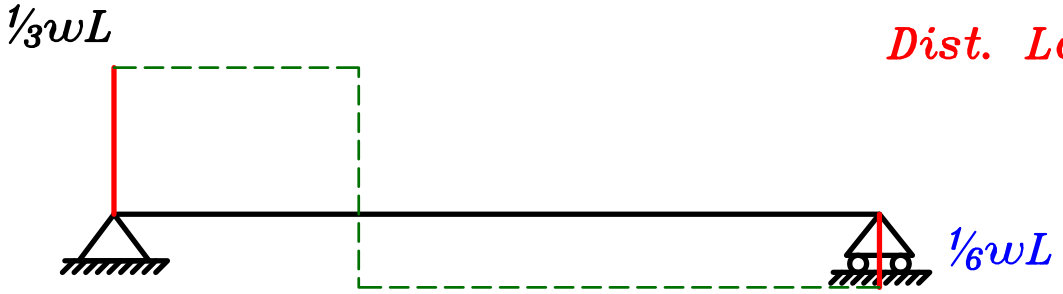


© Copyright Eng.Akram Moustafa2013. All copyrights reserved.
Downloading or printing of these notes is allowed for personal use only.
Commercial use of these notes is not allowed. (www.yasserelleathy.com)

لو بنرسم من اليمين

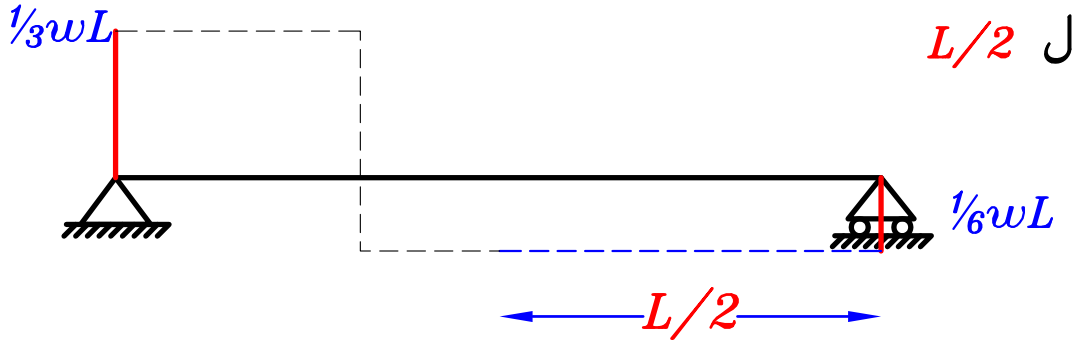
١- يتم حساب الـ *Shear Force* فى بداية الحمل المثلث و رسمه

٢- نمشى بخط منقط من قيمة الـ *Shear* عند بداية الـ *Dist. Load*
و عند المحصلة نطلع قيمتها ثم نمشى بخط منقط حتى نهاية
الـ *Dist. Load* فتكون هذه هى قيمة الـ*Shear* عند نهاية
الـ *Dist. Load*

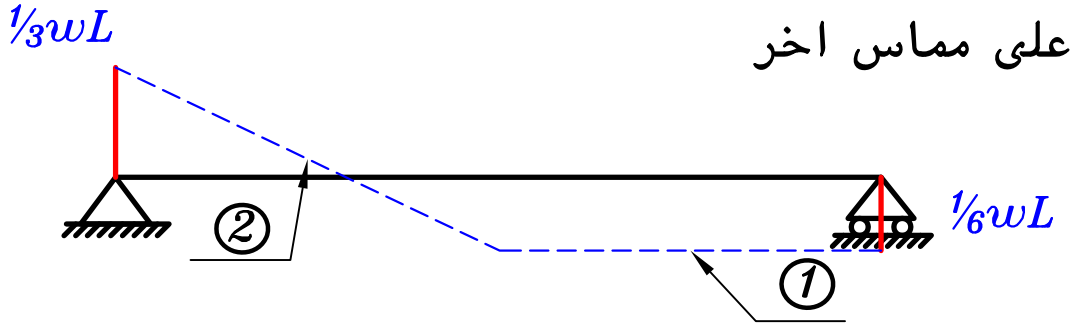


$$-\frac{1}{6}wL + \frac{1}{2}wL = +\frac{1}{3}wL$$

٣- يتم رسم مماس افقى من قيمة الـ *S.F.D* عند رأس المثلث
و بطول *L/2*

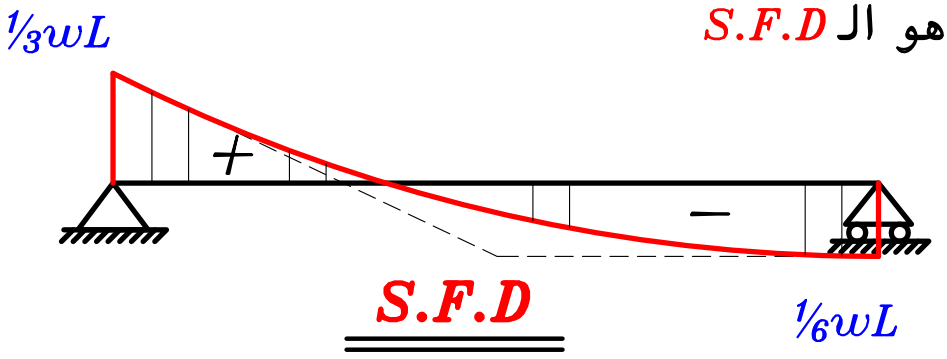


٤- يتم توصيل قيمة الـ *S.F.D* عند قاعدة المثلث بنهاية المماس الافقى
فنحصل على مماس اخر



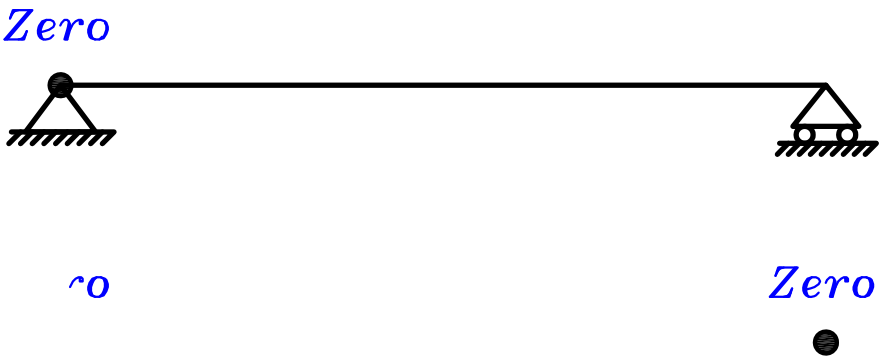
© Copyright Eng.Akram Moustafa2013. All copyrights reserved.
Downloading or printing of these notes is allowed for personal use only.
Commercial use of these notes is not allowed. (www.yasserelleathy.com)

٥- يتم رسم *Curve* بحيث يمس المماسان السابقان فيكون هذا ال *Curve* هو ال *S.F.D*

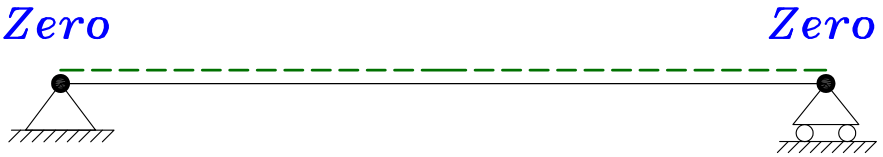


لرسم ال *B.M.D* فى حالة الحمل المثلث يتم اتباع الاتى :

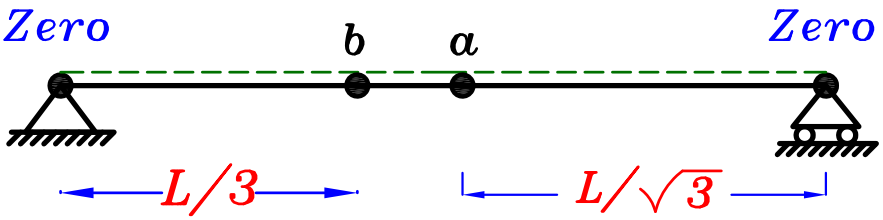
١- يتم حساب ال *Bending Moment* فى بداية الحمل المثلث و رسمه



٣- يتم توصيل قيمة ال *B.M.D* عند بداية ونهاية الحمل بخط منقط

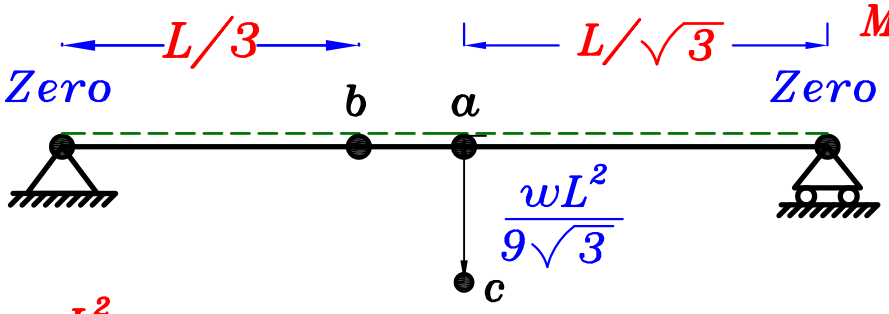


٤- يتم تحديد نقطتين على الخط المنقط الاولى على بعد $L/\sqrt{3}$ من رأس المثلث (a) والثانية على بعد $L/3$ من قاعدة المثلث (b)

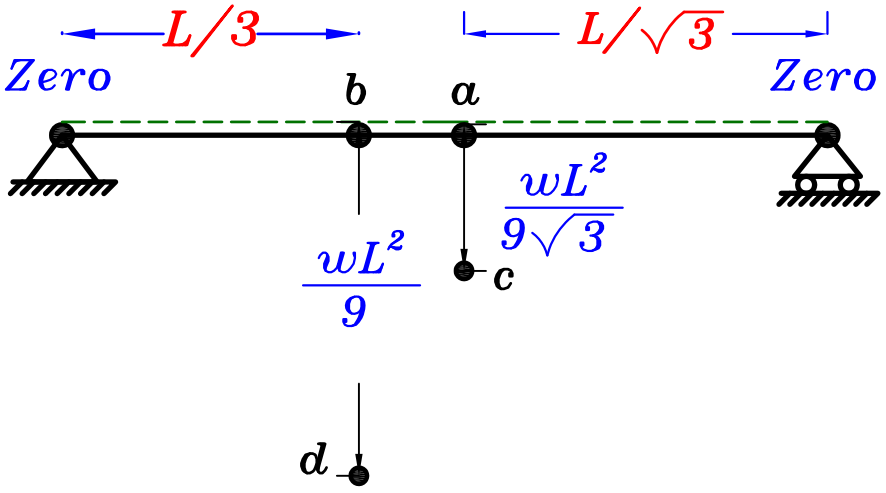


© Copyright Eng.Akram Moustafa2013. All copyrights reserved.
Downloading or printing of these notes is allowed for personal use only.
Commercial use of these notes is not allowed. (www.yasserelleathy.com)

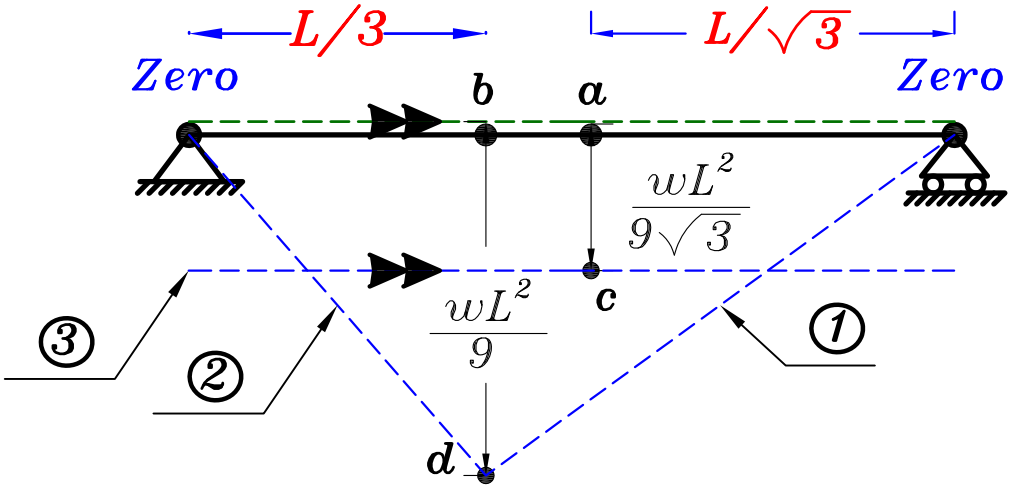
٥- من نقطة (a) ننزل من الخط المنقط مسافة $\frac{wL^2}{9\sqrt{3}}$ عمودى على الـ Member



٦- من نقطة (b) ننزل من الخط المنقط مسافة $\frac{wL^2}{9}$ عمودى على الـ Member

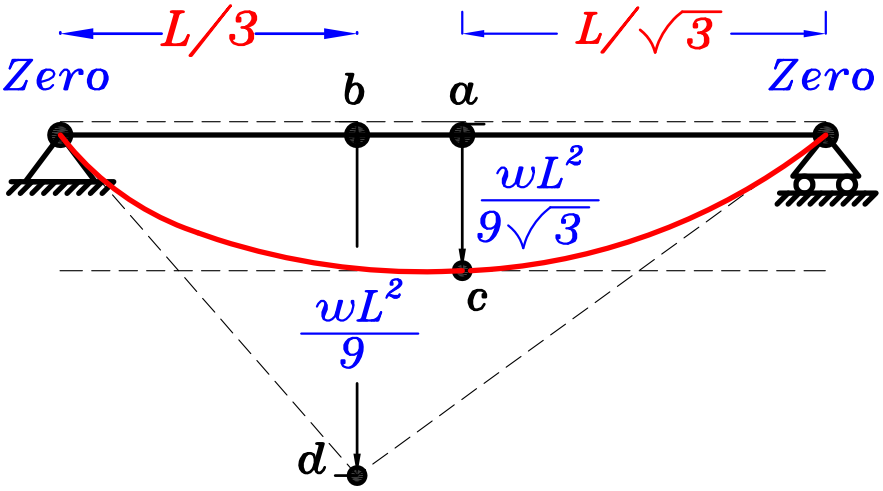


٧- نرسم ثلاثة مماسات الاول و الثانى من قيم العزوم عند بداية و نهاية الـ Dist. Load حتى نقطة (d) و الثالث من نقطة (C) موازى للخط المنقط الواصل بين قيمتى العزوم فى البداية و النهاية



© Copyright Eng.Akram Moustafa2013. All copyrights reserved.
Downloading or printing of these notes is allowed for personal use only.
Commercial use of these notes is not allowed. (www.yasserelleathy.com)

٨- نرسم *Curve* يمس الثلاثة مماسات و يمر بنقطة *(C)* فيكون هو ال *B.M.D*

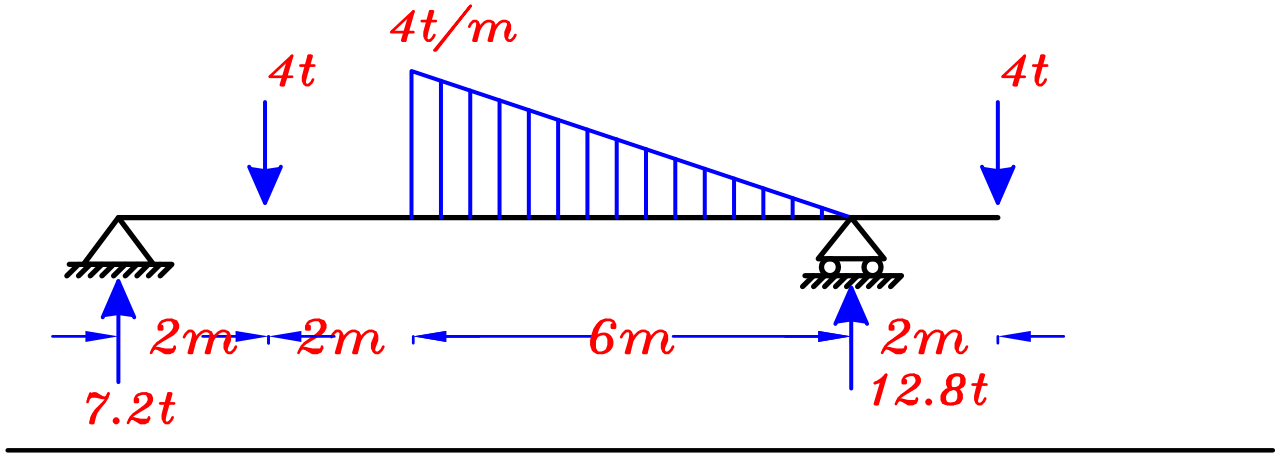


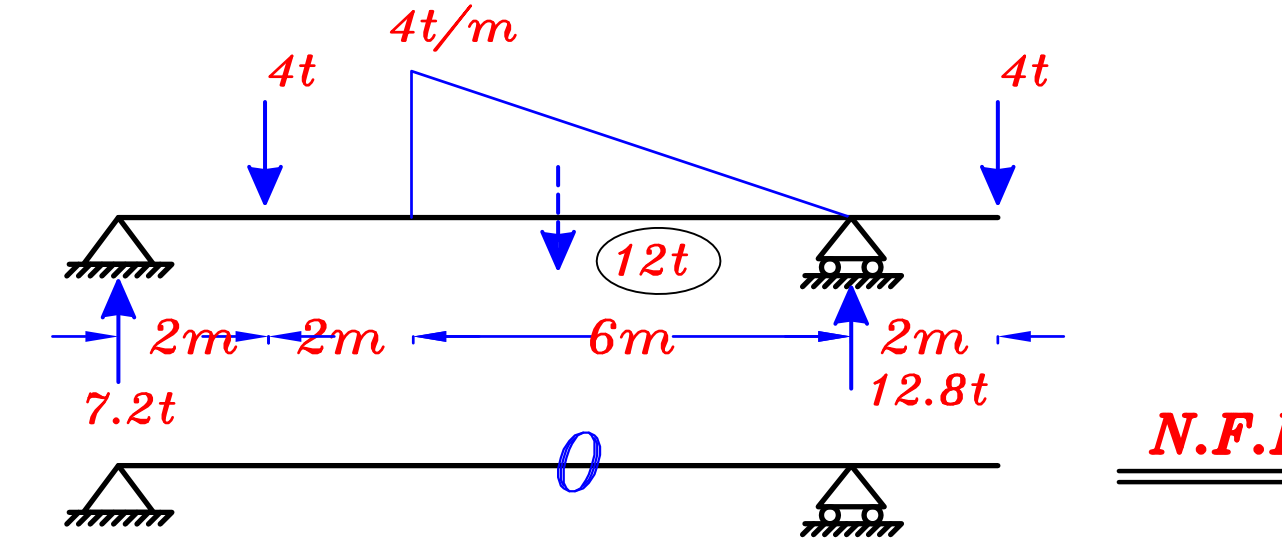
B.M.D

© Copyright Eng.Akram Moustafa2013. All copyrights reserved.
Downloading or printing of these notes is allowed for personal use only.
Commercial use of these notes is not allowed. (www.yasserelleathy.com)

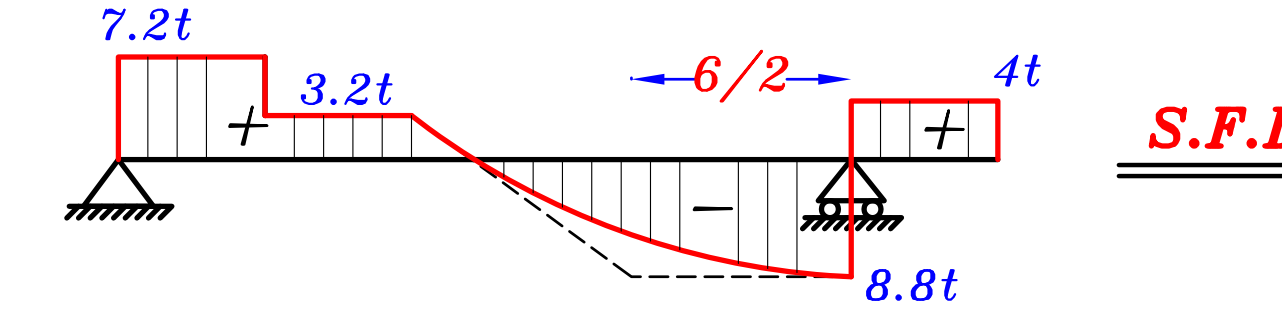
Example :

For the shown beam draw N.F.D , S.F.D & B.M.D.

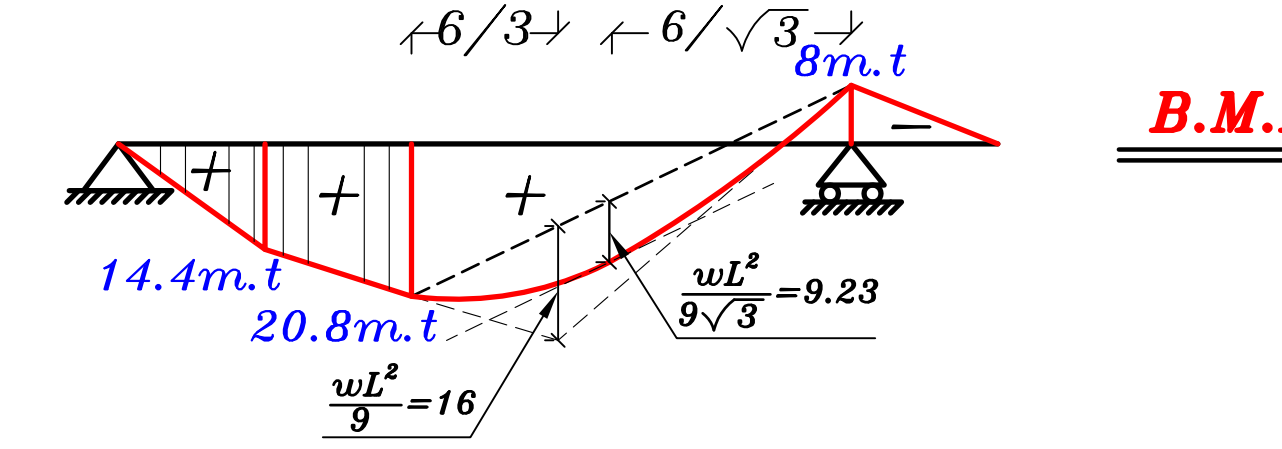




N.F.D



S.F.D

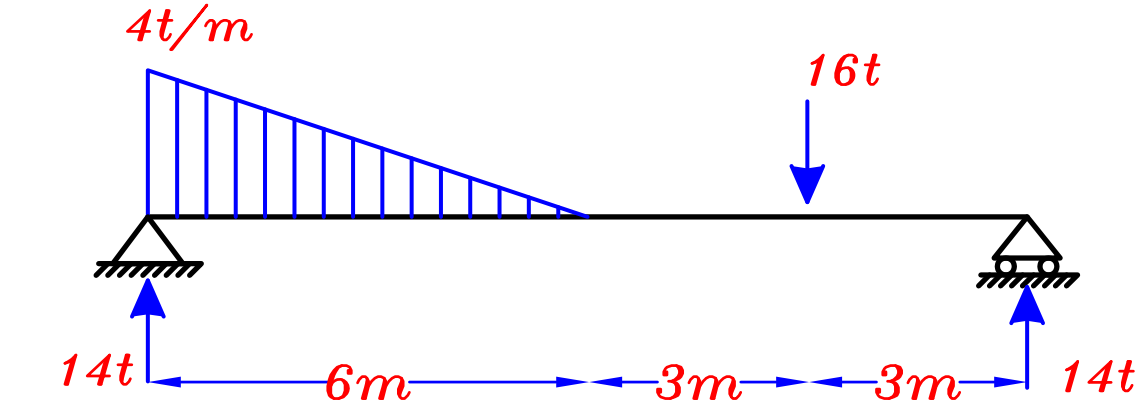


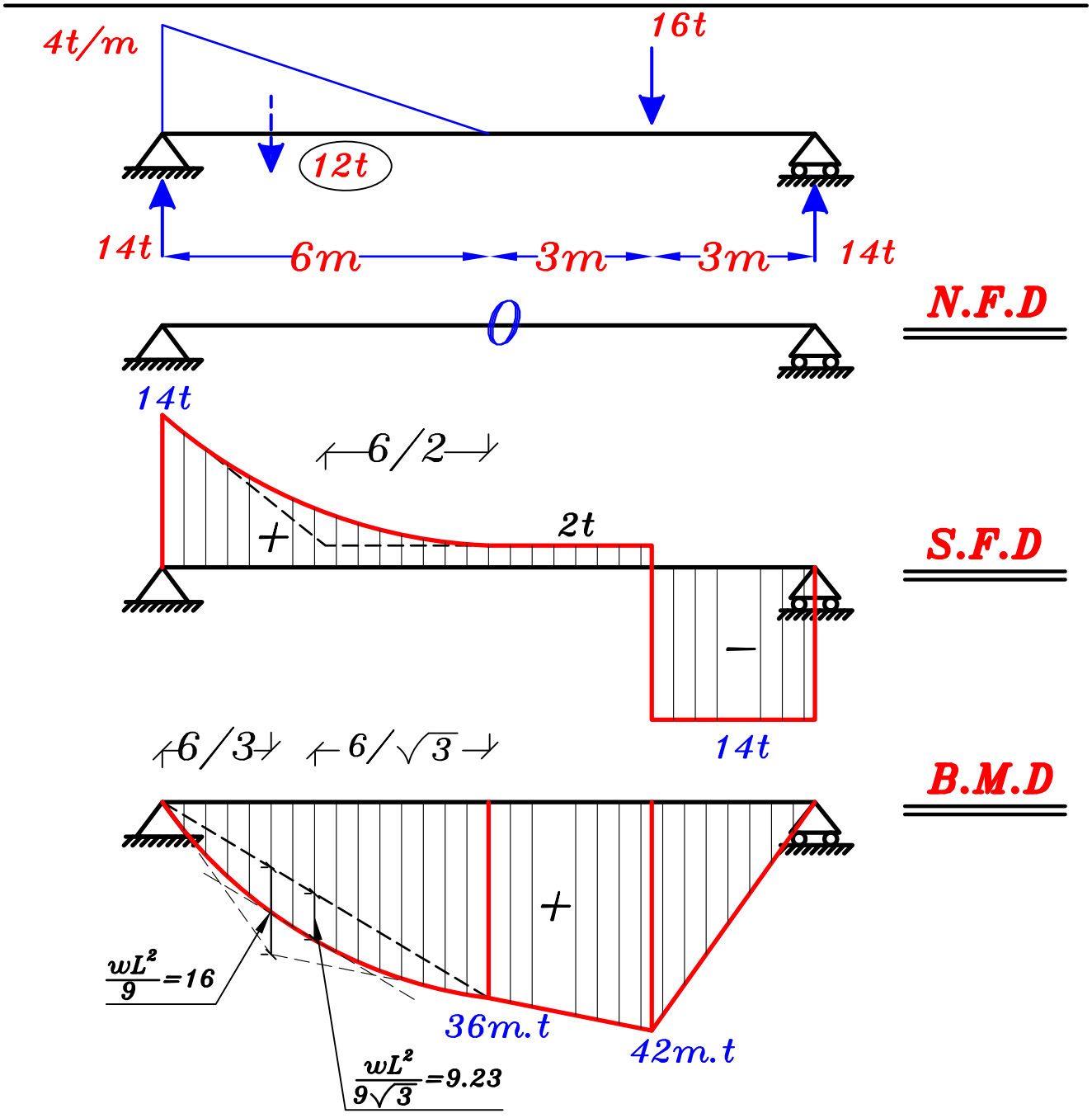
B.M.D

© Copyright Eng.Akram Moustafa2013. All copyrights reserved.
Downloading or printing of these notes is allowed for personal use only.
Commercial use of these notes is not allowed. (www.yasserelleathy.com)

Example :

For the shown beam draw N.F.D , S.F.D & B.M.D.

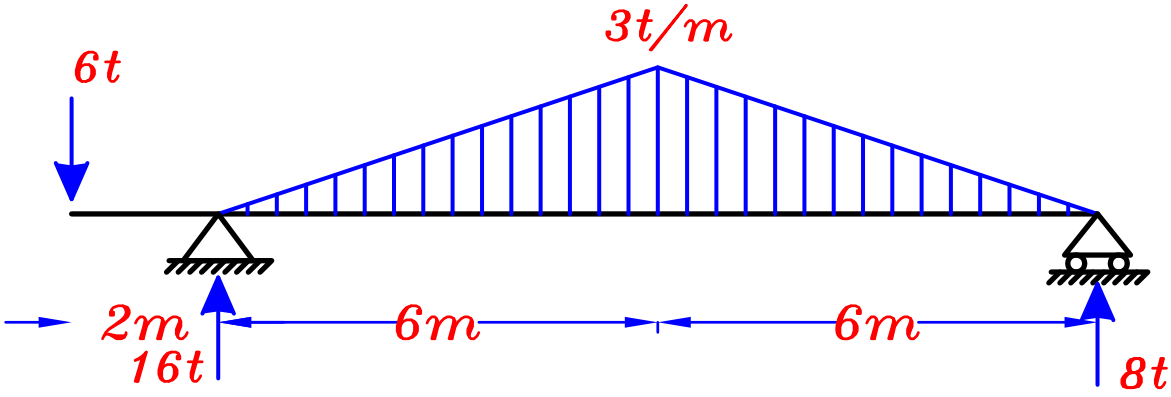


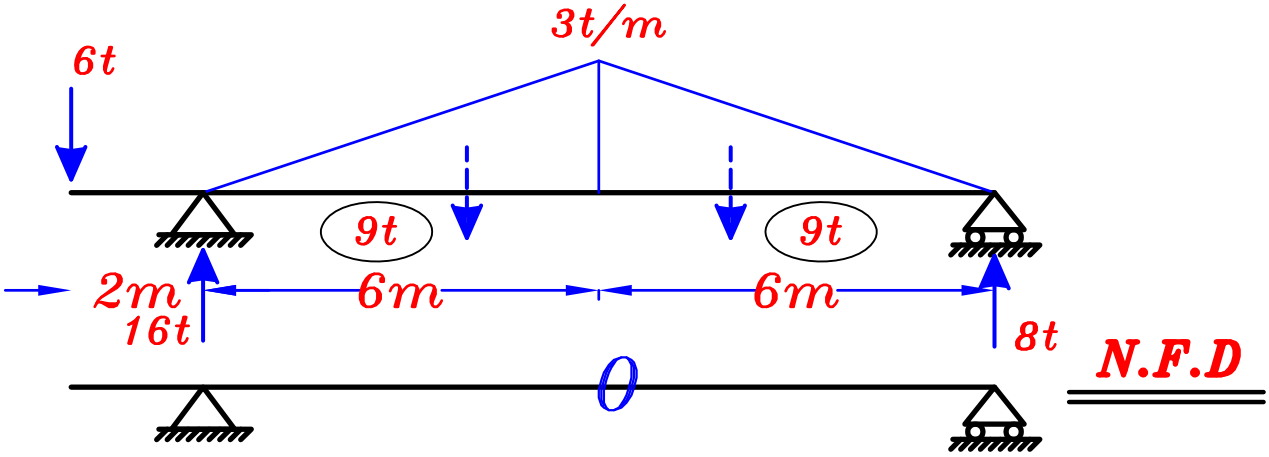


© Copyright Eng.Akram Moustafa2013. All copyrights reserved.
Downloading or printing of these notes is allowed for personal use only.
Commercial use of these notes is not allowed. (www.yasserelleathy.com)

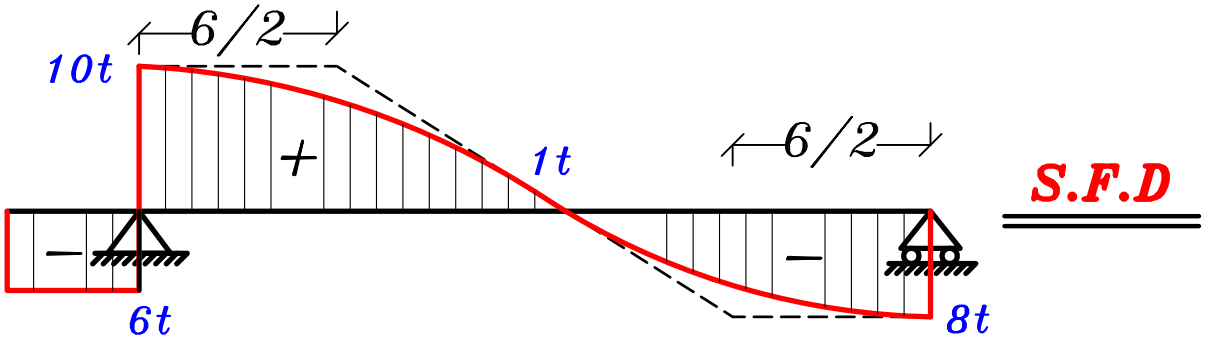
Example :

For the shown beam draw N.F.D , S.F.D & B.M.D.

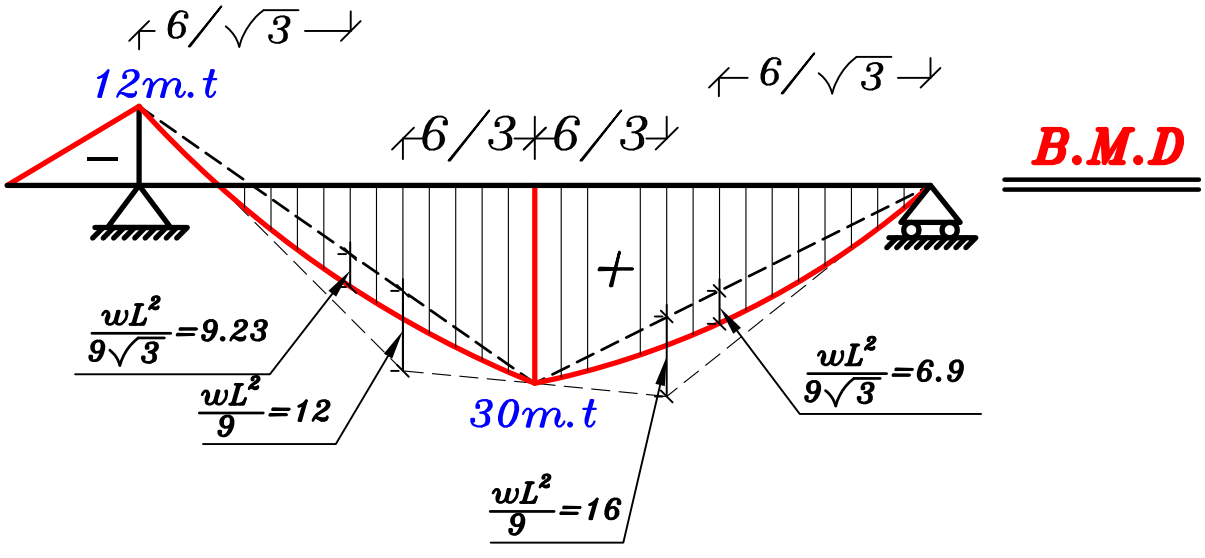




N.F.D



S.F.D

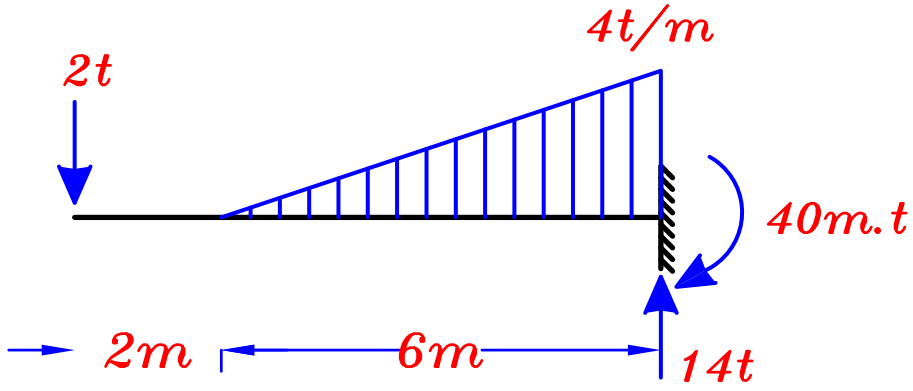


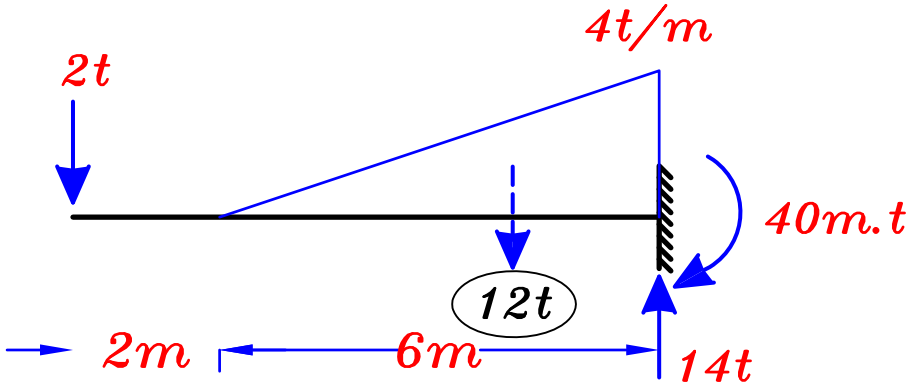
B.M.D

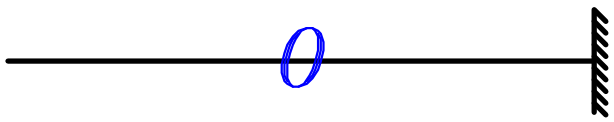
© Copyright Eng.Akram Moustafa2013. All copyrights reserved.
Downloading or printing of these notes is allowed for personal use only.
Commercial use of these notes is not allowed. (www.yasserelleathy.com)

Example :

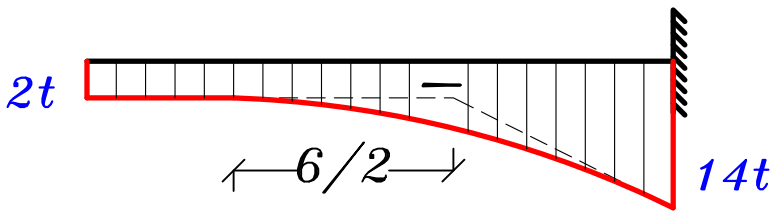
For the shown beam draw N.F.D , S.F.D & B.M.D.



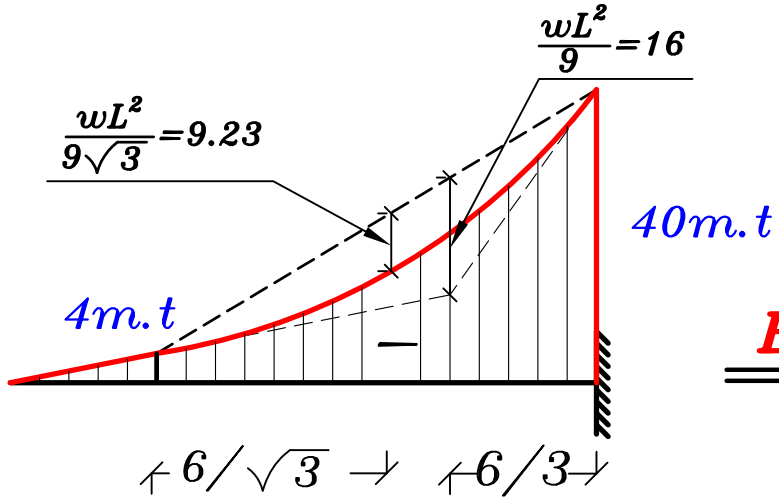




N.F.D



S.F.D

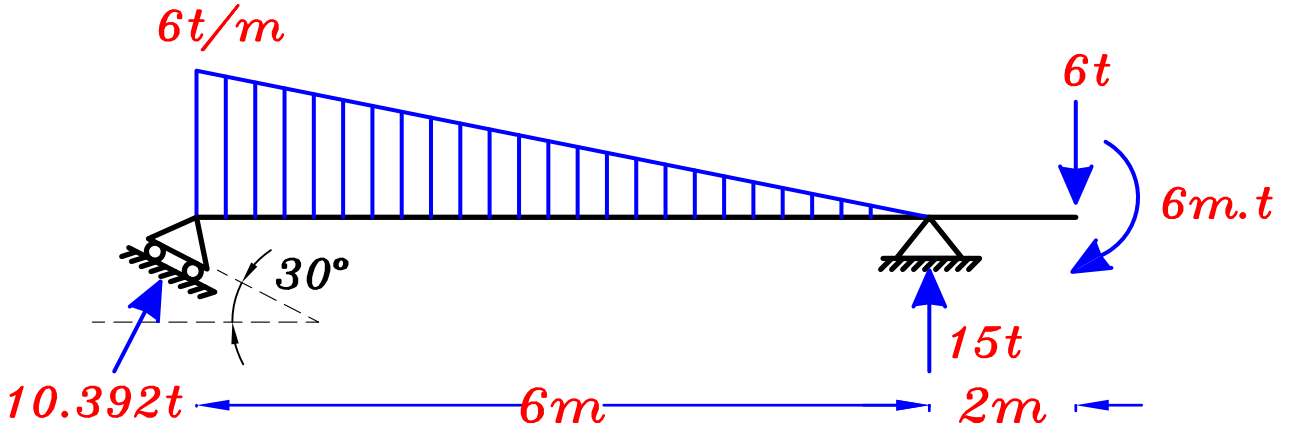


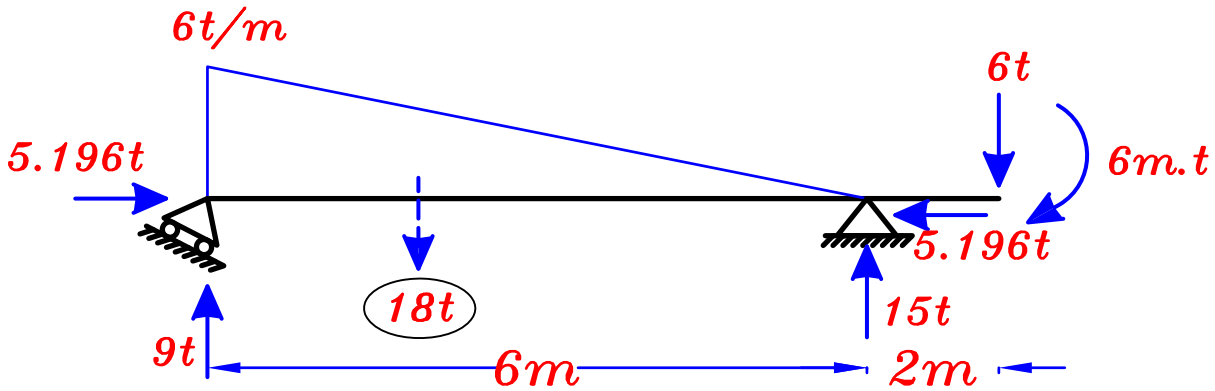
B.M.D

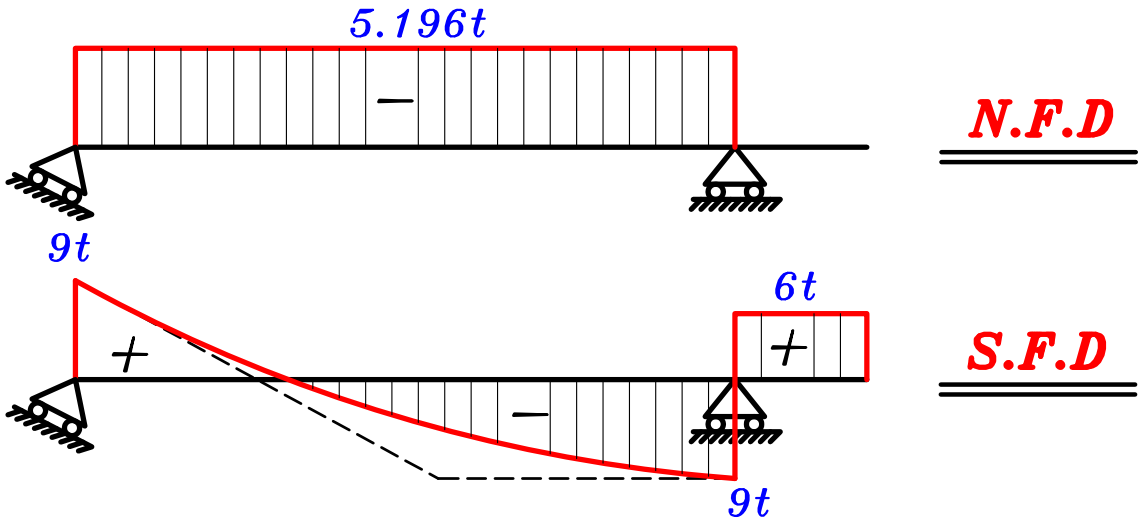
© Copyright Eng.Akram Moustafa2013. All copyrights reserved.
Downloading or printing of these notes is allowed for personal use only.
Commercial use of these notes is not allowed. (www.yasserelleathy.com)

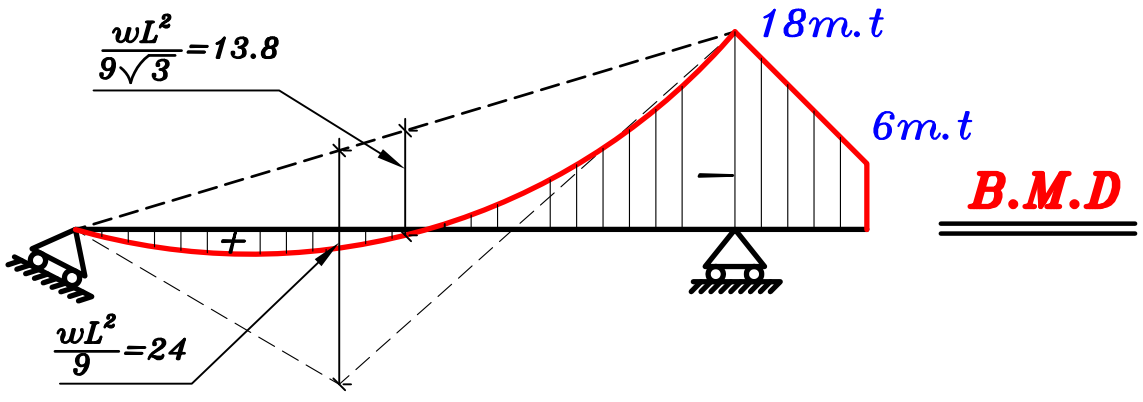
Example :

For the shown beam draw N.F.D , S.F.D & B.M.D.





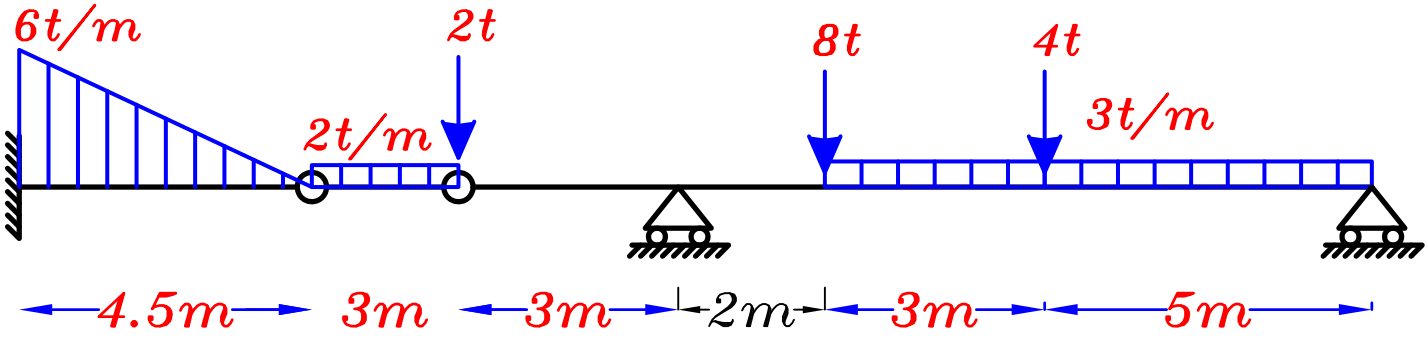


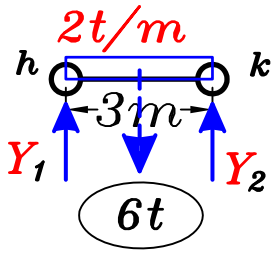


© Copyright Eng.Akram Moustafa2013. All copyrights reserved.
Downloading or printing of these notes is allowed for personal use only.
Commercial use of these notes is not allowed. (www.yasserelleathy.com)

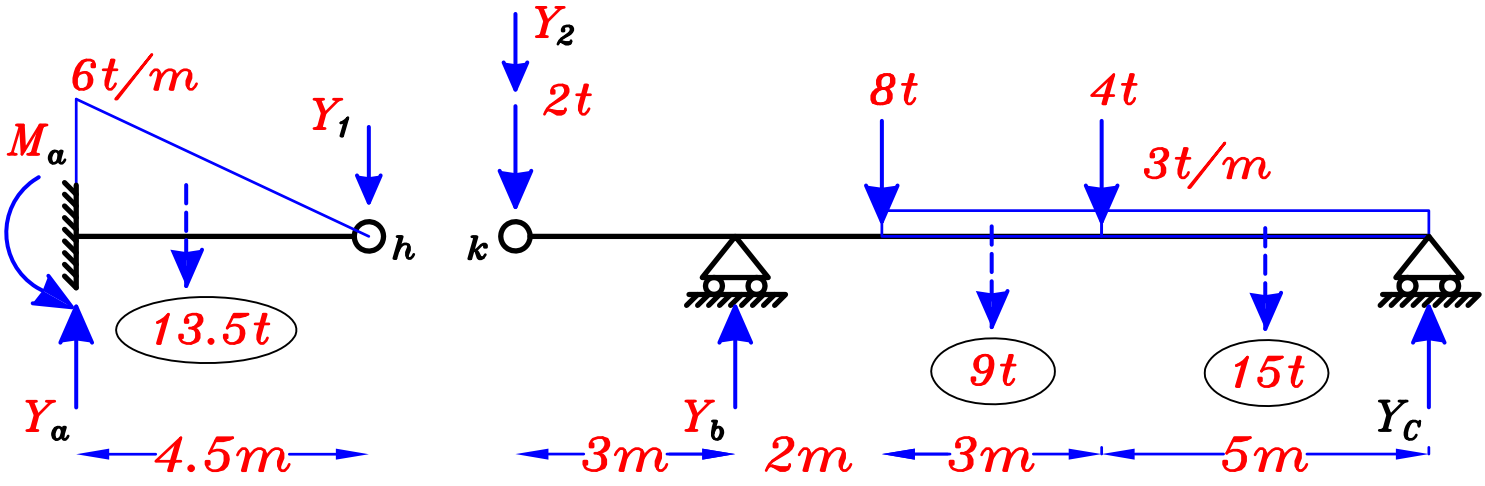
Example :

For the shown beam draw N.F.D , S.F.D & B.M.D.





Part 1



Part 2

Part 3

Part 1 :

$\Sigma M @ h = 0$

$6 \times 1.5 - Y_2 \times 3 = 0$

$\boxed{Y_2 = 3\ t}$

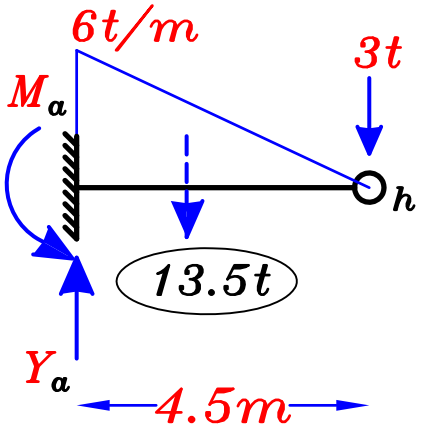
$\Sigma Y = 0$

$Y_1 - 6 + 3 = 0$

$\boxed{Y_1 = 3\ t}$

© Copyright Eng.Akram Moustafa2013. All copyrights reserved.
Downloading or printing of these notes is allowed for personal use only.
Commercial use of these notes is not allowed. (www.yasserelleathy.com)

Part 2 :



$\Sigma Y = 0$

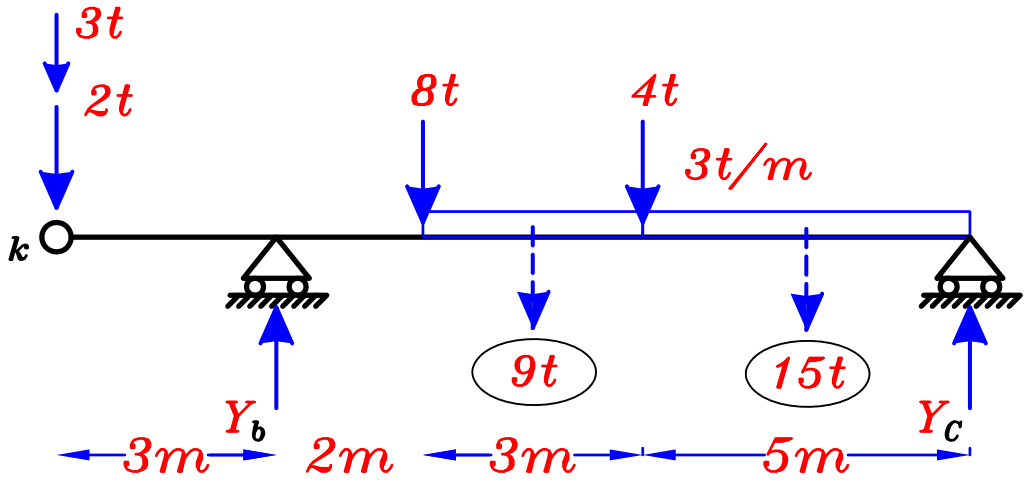
$Y_a - 13.5 - 3 = 0$ $\quad$ **$Y_a = 16.5$ t**

$\Sigma M @ a = 0$

$M_a - 13.5 \times 1.5 - 3 \times 4.5 = 0$

$M_a = 33.75$ m.t

Part 3 :



$\Sigma M @ C = 0$

$15 \times 2.5 + 4 \times 5 + 9 \times 6.5 + 8 \times 8$

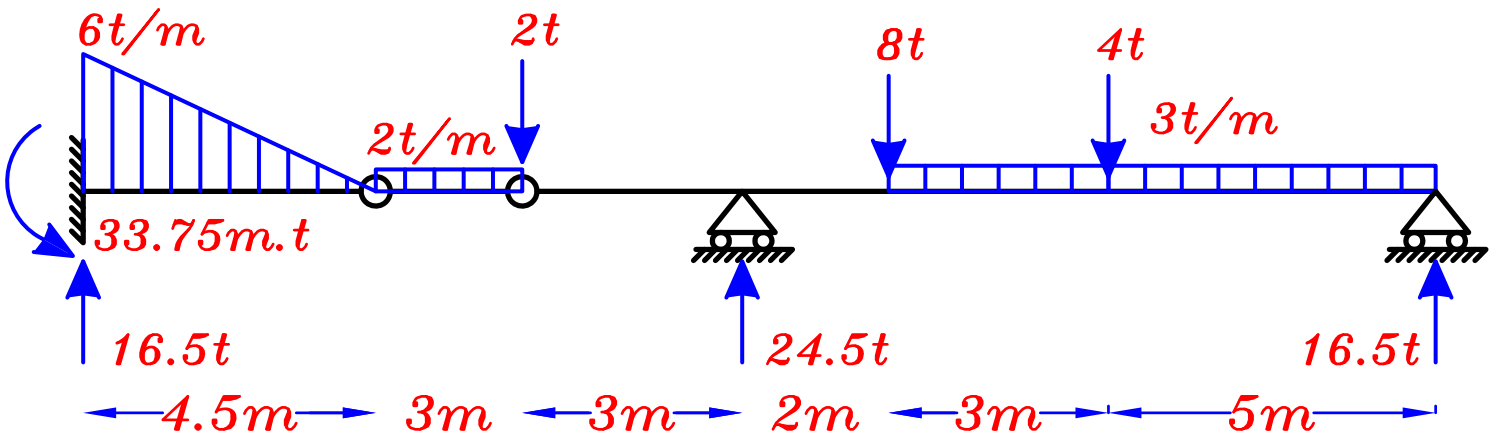
$- Y_b \times 10 + 5 \times 13 = 0$ $\quad$ **$Y_b = 24.5$ t**

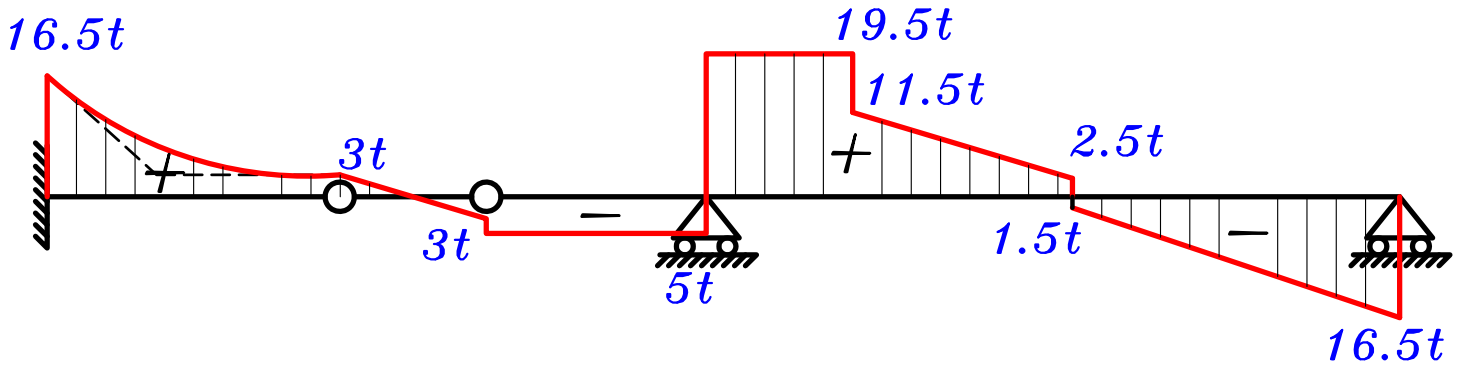
$\Sigma Y = 0$

$5 - 24.5 + 8 + 9 + 4 + 15 - Y_C = 0$

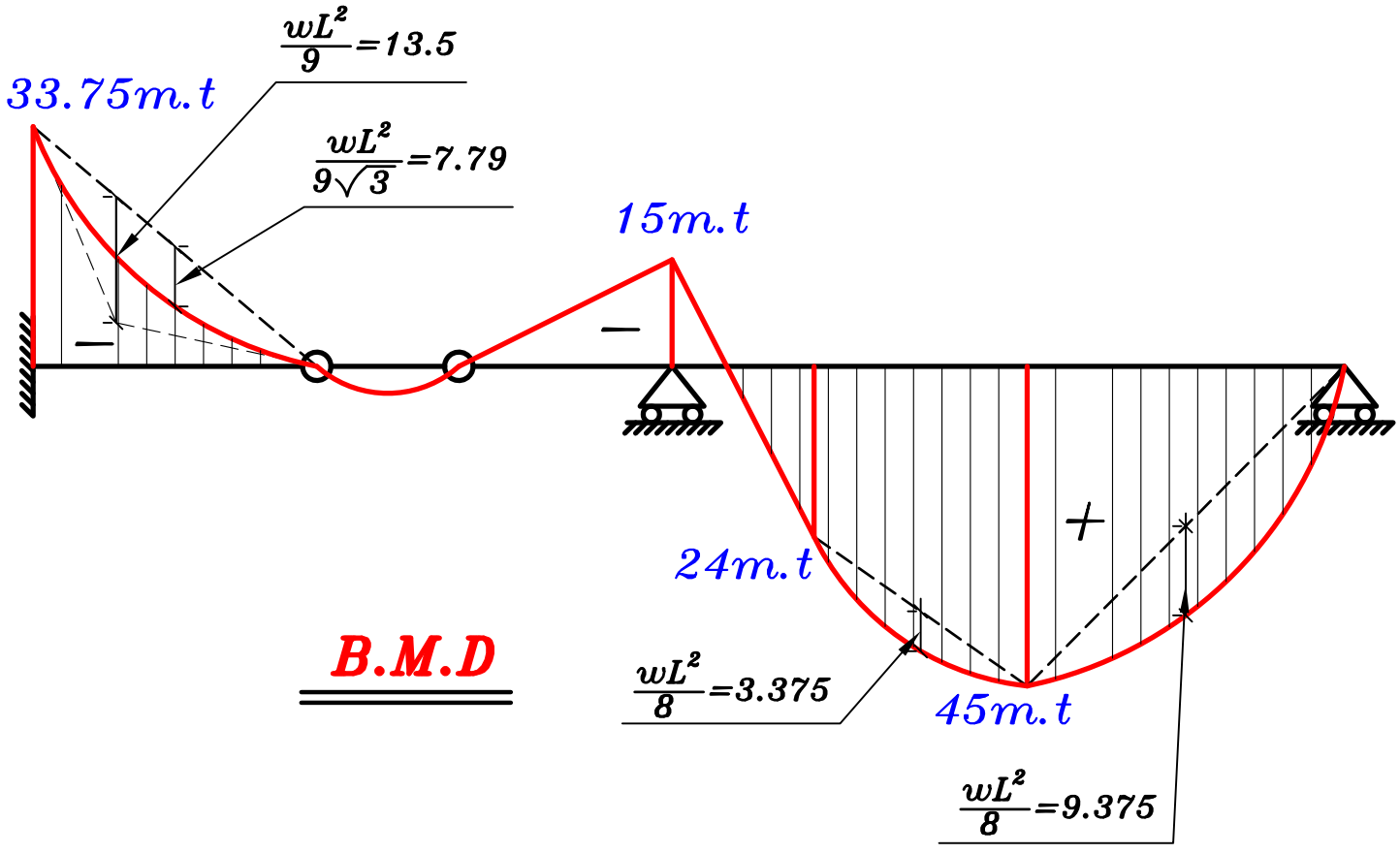
$Y_C = 16.5$ t

© Copyright Eng.Akram Moustafa2013. All copyrights reserved.
Downloading or printing of these notes is allowed for personal use only.
Commercial use of these notes is not allowed. (www.yasserelleathy.com)





S.F.D

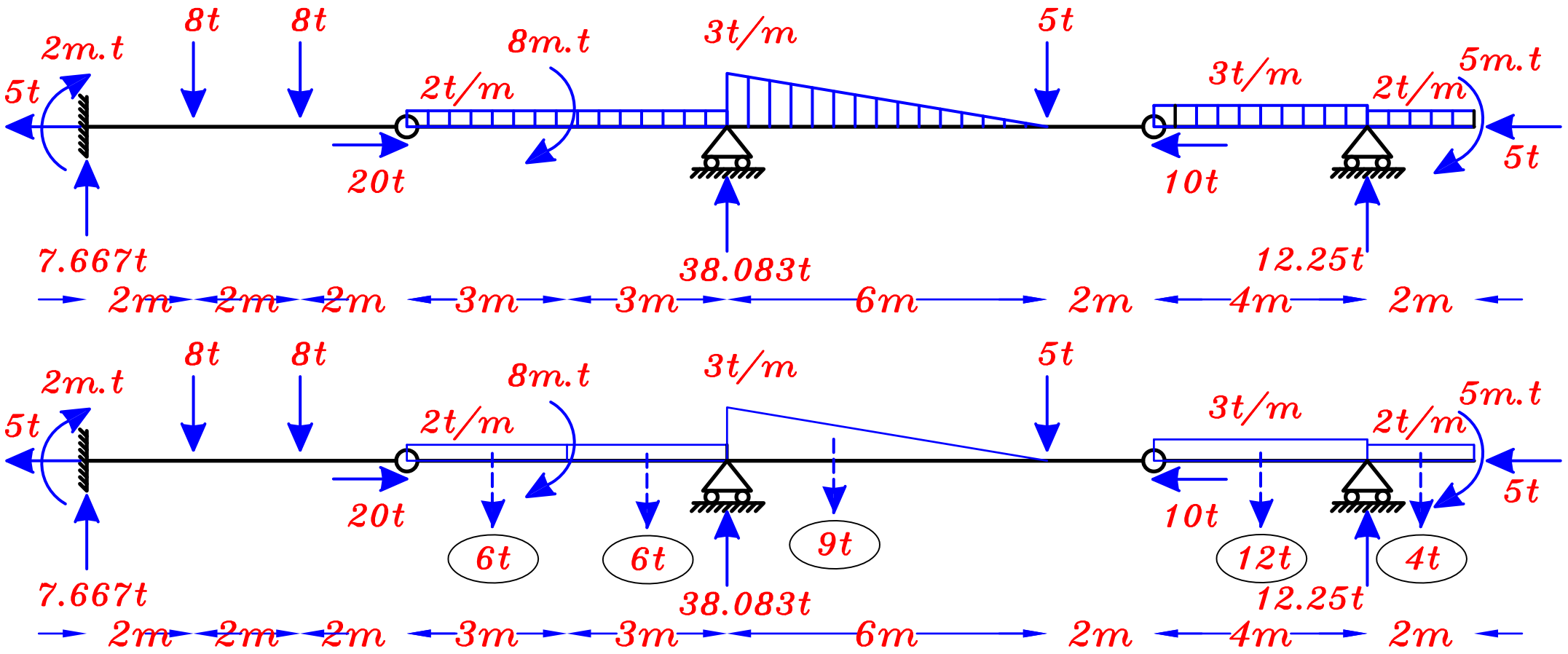


B.M.D

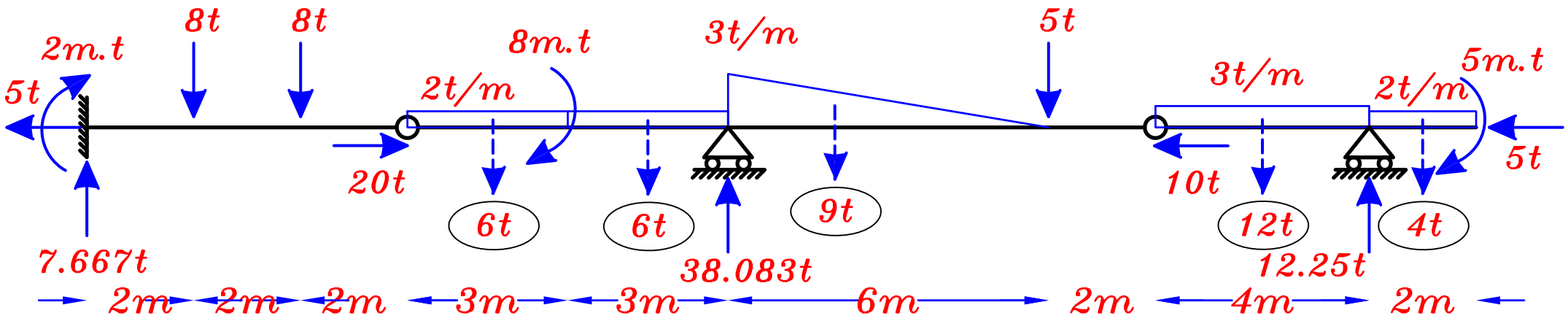
© Copyright Eng.Akram Moustafa2013. All copyrights reserved.
Downloading or printing of these notes is allowed for personal use only.
Commercial use of these notes is not allowed. (www.yasserelleathy.com)

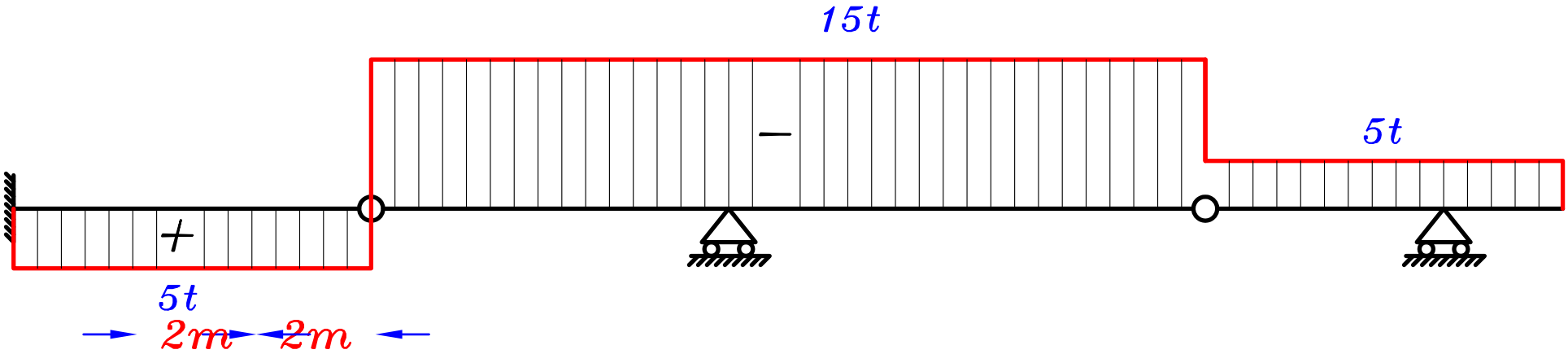
Example :

For the shown beam draw N.F.D , S.F.D & B.M.D.



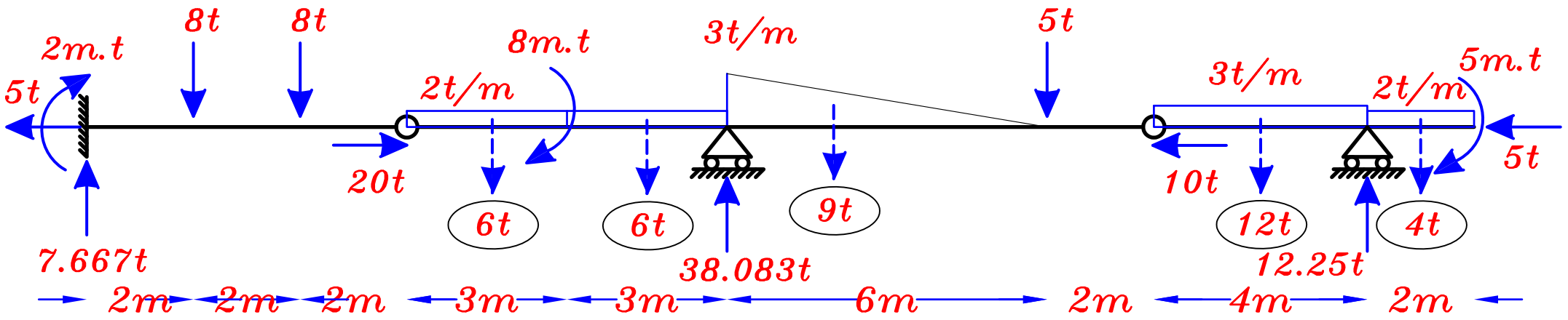
© Copyright Eng.Akram Moustafa2013. All copyrights reserved.
Downloading or printing of these notes is allowed for personal use only.
Commercial use of these notes is not allowed. (www.yasserelleathy.com)

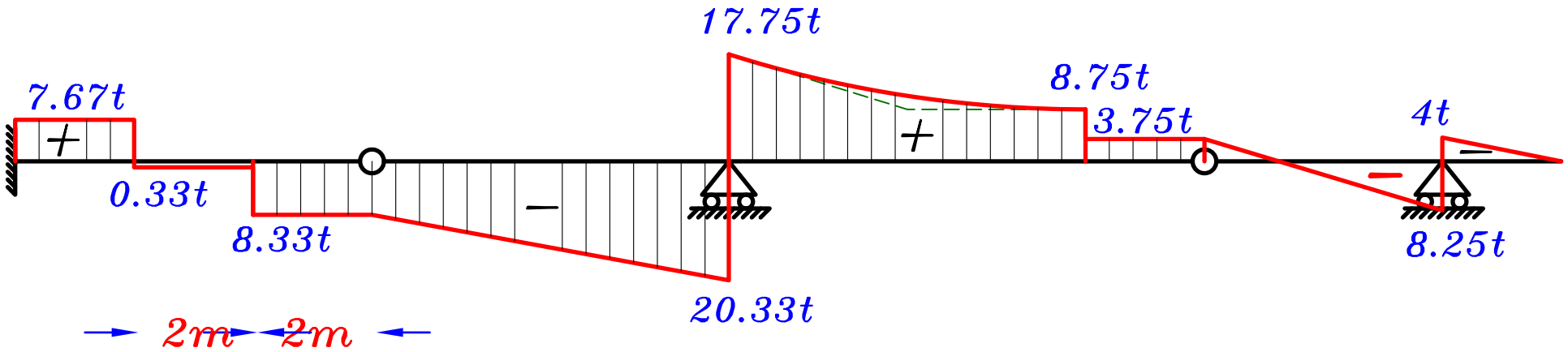




N.F.D

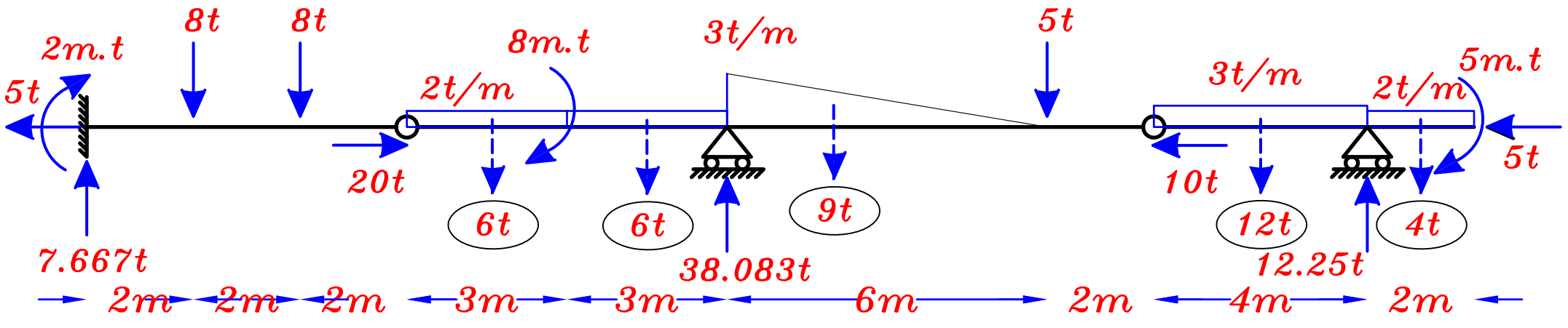
© Copyright Eng.Akram Moustafa2013. All copyrights reserved.
Downloading or printing of these notes is allowed for personal use only.
Commercial use of these notes is not allowed. (www.yasserelleathy.com)

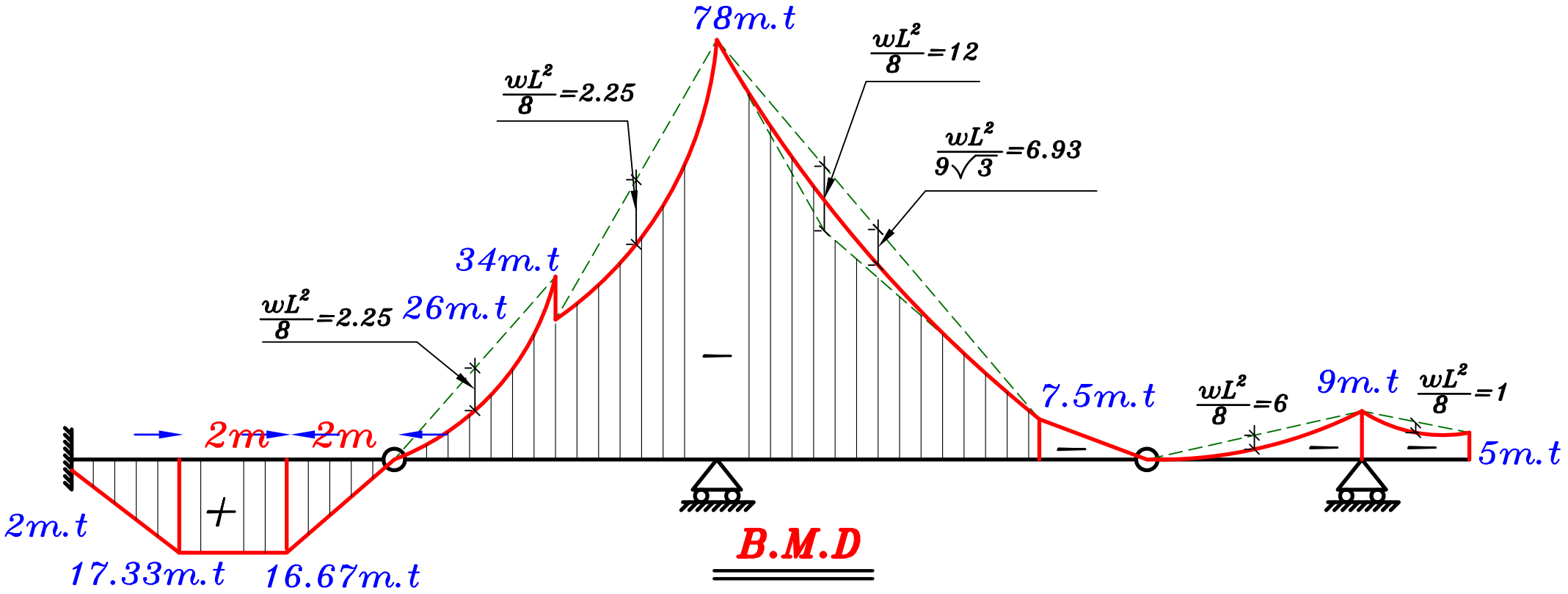




S.F.D

© Copyright Eng.Akram Moustafa2013. All copyrights reserved.
Downloading or printing of these notes is allowed for personal use only.
Commercial use of these notes is not allowed. (www.yasserelleathy.com)





© Copyright Eng.Akram Moustafa2013. All copyrights reserved.
Downloading or printing of these notes is allowed for personal use only.
Commercial use of these notes is not allowed. (www.yasserelleathy.com)